

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky

Statický výpočet zvedací plošiny

The Static Analysis of the Lifting Platform

Student:

Jakub Cienciala

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

Ostrava 2013

## Zadání bakalářské práce

Student: **Jakub Cienciala**  
Studijní program: B2341 Strojírenství  
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika  
Téma: **Statický výpočet zvedací plošiny**  
**The Static Analysis of the Lifting Platform**

Zásady pro vypracování:

1. Popis zvedací plošiny, její užití.
2. Kinematické řešení.
3. Statické řešení čepových sil.
4. Pevnostní výpočet jednotlivých dílů.
5. Statická analýza prostorového mechanismu.
6. Vyhodnocení a závěr.

Seznam doporučené odborné literatury:


- [1] Juliš K., Teprík O., Slavík A. : Statika. SNTL, Praha, 1987.
- [2] Hoschl C. : Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL / Alfa, Praha, 1971
- [3] Chobot K., Benda J., Hájek V., Novotná H. : Statika stavebních konstrukcí. Praha, SNTL/ALFA, 1983.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.**

Datum zadání: 14.12.2012

Datum odevzdání: 20.05.2013

  
doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.  
vedoucí katedry



  
doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

### Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval zcela samostatně, pod vedením vedoucího bakalářské práce a na základě literatury a pramenů uvedených v seznamu použité literatury.

V Ostravě 18.5.2013




podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě: 18.5.2013

  
.....  
podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Adresa trvalého pobytu autora práce:

## ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

CIENCIALA J.      *Statický výpočet zvedací plošiny*: bakalářská práce. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2013, 73 s. Vedoucí práce Podešva, J.

Tato bakalářská práce se zabývá silovými účinky působícími v kloubech prostorového mechanismu nůžkové zvedací plošiny. Jako první bude výpočet proveden klasickým inženýrským způsobem, čili analyticky. Dále jsou hodnoty vypočteny pomocí numerické metody konečných prvků. Výsledky analytického a numerického řešení jsou následně porovnány a zhodnoceny. V obou případech jsou výpočty provedeny pro jednosekční nůžkovou zvedací plošinu. Inženýrským způsobem je rovněž řešena třísekční nůžková plošina.

## ANOTATION OF THESIS

CIENCIALA J.      *The Static Analysis of the Lifting Platform*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics, 2013, 73 p. Thesis head: Podešva, J.

This thesis deals with the force effects acting in the joints spatial scissor lift mechanism. The first calculation will be performed classical engineering way it is analytically. Furthermore, the values are calculated using the numerical finite element method. The results of analytical and numerical solutions are then compared and evaluated. In both cases, the calculations are performed for one sectional scissor lift platform. Engineering method is also solved three sectional scissor lift.

### **Poděkování**

Velice děkuji vedoucímu své bakalářské práce doc. Ing. Jiřímu Podešvovi, Ph.D. za ochotu, poskytování cenných rad a trpělivost v průběhu tvorby bakalářské práce.

## **Obsah**

Seznam použitých zkratk a symbolů .....	8
Úvod.....	11
1 Popis zvedací plošiny, její užití.....	12
1.1 Ruční nůžkový zvedák .....	14
1.2 Zvedací stoly .....	15
1.3 Vyrovnávací rampy a nakládací plošiny.....	16
1.4 Nůžkový zvedák automobilů .....	17
1.5 Nůžkový výtah .....	18
1.6 Samohybné nůžkové plošiny .....	19
1.7 Tandemové plošiny .....	20
2 Kinematický rozbor nůžkového mechanismu .....	21
3 Výpočet jednosekční nůžkové plošiny .....	24
3.1 Výpočet jednosekční plošiny s vodorovným válcem .....	25
3.1.1 Metoda uvolnění .....	26
3.1.2 Princip virtuálních prací .....	30
3.1.3 Určení vnitřních statických účinků.....	31
3.2 Výpočet jednosekční plošiny se skloněným zvedacím válcem .....	35
3.2.1 Metoda uvolnění .....	36
3.2.2 Princip virtuálních prací .....	40
3.2.3 Určení vnitřních statických účinků.....	42
3.2.4 Výpočet napětí.....	46
4 Výpočet třísekční nůžkové plošiny .....	49
4.1 Metoda uvolnění .....	51
4.2 Princip virtuálních prací.....	58
5 Výpočet metodou konečných prvků.....	60
5.1 Výpočet MKP jedné sekce v rovině .....	60
5.2 Výpočet MKP jedné sekce v prostoru .....	63
6 Závěr .....	70
7 Seznam obrázků .....	71
8 Seznam tabulek .....	72
9 Seznam použité literatury a zdrojů.....	73
10 Seznam příloh.....	73

**Seznam použitých zkratk a symbolů**

Značka	Popis	Jednotka
a	vzdálenost paty pomocného ramene od středového kloubu	mm
A	čtvercová matice koeficientů	
b	délka pomocného ramene	mm
B	vnější šířka profilu ramene	mm
C	substituce v matici koeficientů	
$F_G$	síla zatěžující rovinný mechanismus	N
$F_{NAPs}$	osová síla v prutu mezi kloubem A a Ps	N
$F_V$	síla ve zvedacím válci	N
g	gravitační zrychlení	$m/s^2$
H	vnější výška profilu ramene	mm
i	počet stupňů volnosti mechanismu	
k	počet kloubových vazeb	
$L_R$	délka ramene	mm
$L_{Vx}$	vodorovná vzdálenost krajních kloubů zvedacího válce	mm
$L_{Vy}$	svislá vzdálenost krajních kloubů zvedacího válce	mm
m	počet sekcí zvedací plošiny	
$M_{oA}$	ohybový moment ke kloubu A	N.m
n	počet členů mechanismu	
N	nosnost zvedací plošiny	kg
o	počet obecných vazeb	



$p_x$	vodorovná vzdálenost kloubu P od kloubu F	mm
$p_y$	svislá vzdálenost kloubu P od kloubu F	mm
$R_{AN}$	normálová síla působící na kloub A	N
$R_{AT}$	posouvající síla působící na kloub A	N
$R_{Ax}$	reakce v kloubu A ve směru x	N
$S$	plocha průřezu prutu	mm <sup>2</sup>
$t$	vodorovná vzdálenost působíště zatěžující síly od kloubu A	mm
$T$	tloušťka stěny profilu ramene	mm
$u$	sloupcový vektor pravých stran	N
$v$	sloupcový vektor neznámých	N
$v_p$	celková rychlost kloubu P	m/s
$v_{px}$	vodorovná složka rychlosti kloubu P	m/s
$v_{py}$	svislá složka rychlosti kloubu P	m/s
$v_y$	rychlost zvedání jedné sekce mechanismu	m/s
$v_Y$	rychlost zvedání třísekčního mechanismu	m/s
$v_V$	celková rychlost vzdalování kloubu P od kloubu Q	m/s
$v_{Vx}$	vodorovná složka rychlosti vzdalování kloubu P od kloubu Q	m/s
$v_{Vy}$	svislá složka rychlosti vzdalování kloubu P od kloubu Q	m/s
$W_o$	moment setrvačnosti v ohybu průřezu prutu	mm <sup>3</sup>
$x$	vzdálenost mezi klouby spodního rámu rovinného mechanismu	mm
$x_p$	vodorovná vzdálenost mezi klouby D a P	mm

$y$	výška jednosekčního mechanismu	mm
$y_p$	svislá vzdálenost mezi klouby D a P	mm
$Y$	výška třísekčního mechanismu	mm
$\alpha$	úhel sklonu vektoru rychlosti kloubu P	°
$\beta$	úhel sklonu vektoru síly ve válci	°
$\gamma$	úhel mezi vektorem síly ve válci a vektorem rychlosti kloubu P	°
$\sigma_{tAPs}$	tahové napětí v prutu mezi kloubem A a Ps	MPa
$\sigma_{oC}$	ohybové napětí v kloubu C	MPa
$\varphi$	úhel sklonu ramene	°
$\omega$	úhlová rychlost rotace ramene	rad/s

## Úvod

Zvedací plošiny mají širokou škálu uplatnění v různých odvětvích lidské činnosti. Nejvýhodnější a také nejpoužívanější jsou zvedací plošiny s prostorovým nůžkovým mechanismem. Nůžkových zvedacích plošin existuje nespočet typů s různým způsobem využití. Jelikož má nůžkový mechanismus mnoho nesporných výhod, budu se jím zabývat v této práci.

Výpočet silových účinků ve vazbách je možno provést různými způsoby. Základní způsob řešení je metoda uvolňování. Při výpočtu touto metodou je nutno každý prut konstrukce uvolnit a sestavit pro něj tři rovnice rovnováhy, jednu momentovou a dvě rovnice pro osově síly. Po uvolnění všech ramen a sestavení jednotlivých rovnic rovnováhy je možno sestavit soustavu rovnic. Jelikož je u složitějších soustav ruční výpočet značně složitý, bude vhodné, ne-li nutné, využít výpočetní techniku.

Další možnosti výpočtu je řešení MKP softwarem. Výhodou této metody je snadná manipulace s modelem, a to jak jeho konstrukční úpravy, tak i změna okrajových podmínek výpočtu. Vyřešením úlohy pomocí MKP softwaru získáme schémata reakčních sil, ale také průběhy zatížení v libovolné části modelu včetně jejich grafického znázornění.

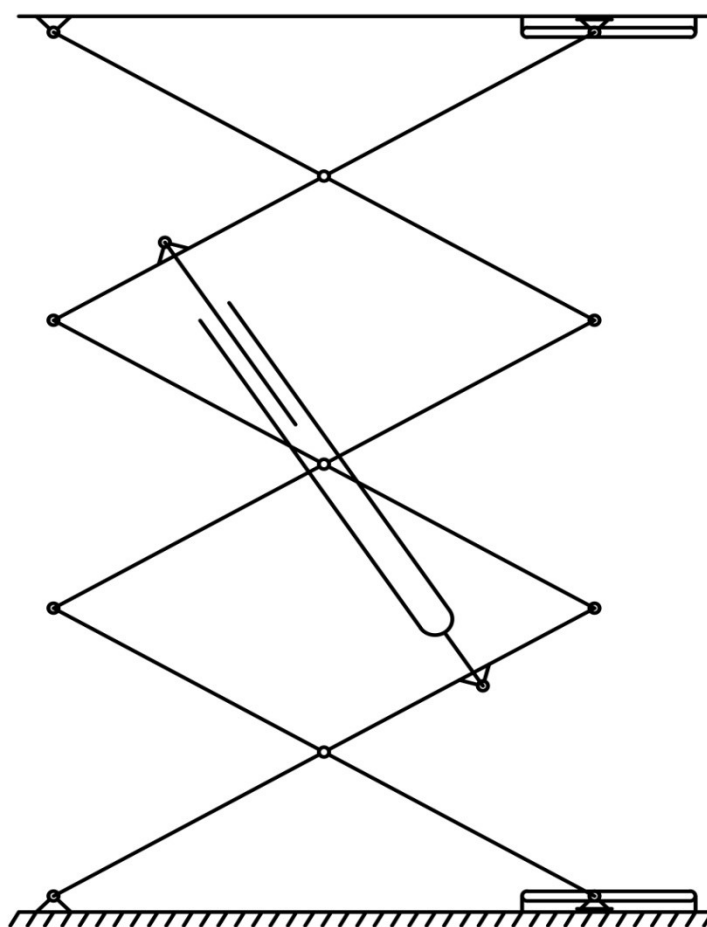
Jako kontrolu správnosti výpočtu předchozími metodami je možno použít princip virtuálních prací. Tento postup však umožňuje pouze určení reakcí v krajních kloubech hydraulického válce, a proto není zcela úplný.

## 1 Popis zvedací plošiny, její užití

Nůžková zvedací plošina je zařízení, jež umožňuje manipulaci s materiálem, jeho přepravu, popřípadě přepravu osob, zejména ve svislém směru. Nůžkové zvedací plošiny pracují na principu nůžkově se křížících ramen, které jsou ve svých podporách uchyceny na jedné straně kloubově pevně a na druhé kloubově posuvně. Zdvíhací síla je zajišťována nejčastěji jedním nebo více hydraulickými válci poháněnými agregátem, avšak existují také jiné varianty jako pneumatické válce, pohybový šroub nebo ozubený hřeben, které mohou být poháněny jak elektronicky tak i ručně. Ve speciálních případech mohou být tato zdvižná zařízení kombinována s naklápěcím či stranově obslužným zařízením.

Nůžkové zvedací plošiny se skládají ze čtyř hlavních částí:

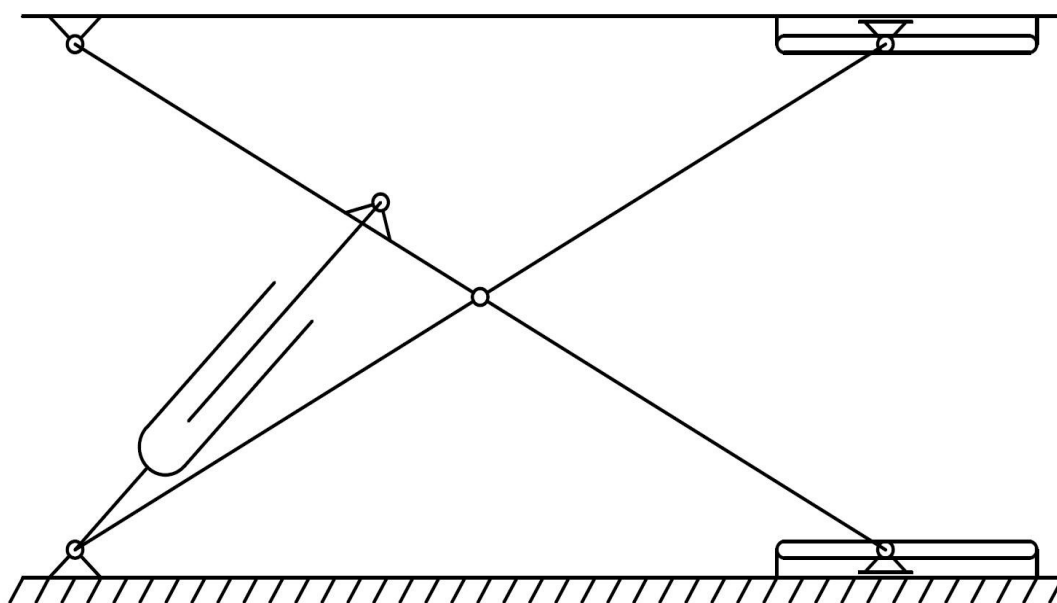
- horní rám
- nůžkový mechanismus
- spodní rám
- pohon



Obrázek 1 Schéma konstrukce tří sekční plošiny

Horní rám slouží jako pracovní plocha a je spojen se spodním rámem pomocí nůžkového mechanismu. Jednotlivá ramena nůžkového mechanismu jsou vzájemně spojena klouby na koncích a ve středu. K hornímu i spodnímu rámu je nůžkový mechanismus připevněn pomocí kloubových vazeb. Ke zvedání horního rámu dochází při roztahování hydraulického válce. Aby tato funkce byla zajištěna, musí být na jedné straně ramena k rámu uchycena posuvně. Pro stabilitu plošiny bývá většinou posuvná vazba realizována ve vodorovném vedení, které neumožňuje svislý pohyb kloubu. Hydraulický válec je přichycen rovněž v rotačních kloubech na obou koncích. Konce hydraulického válce jsou u vícesekčních plošin upevněny mimo osu ramen. U jednosekční plošiny může být spodní konec válce uchycen v pevné vazbě, která spojuje spodní rám s nůžkovým mechanismem. Na spodním rámu je umístěn pohon, nejčastěji hydraulické zařízení.

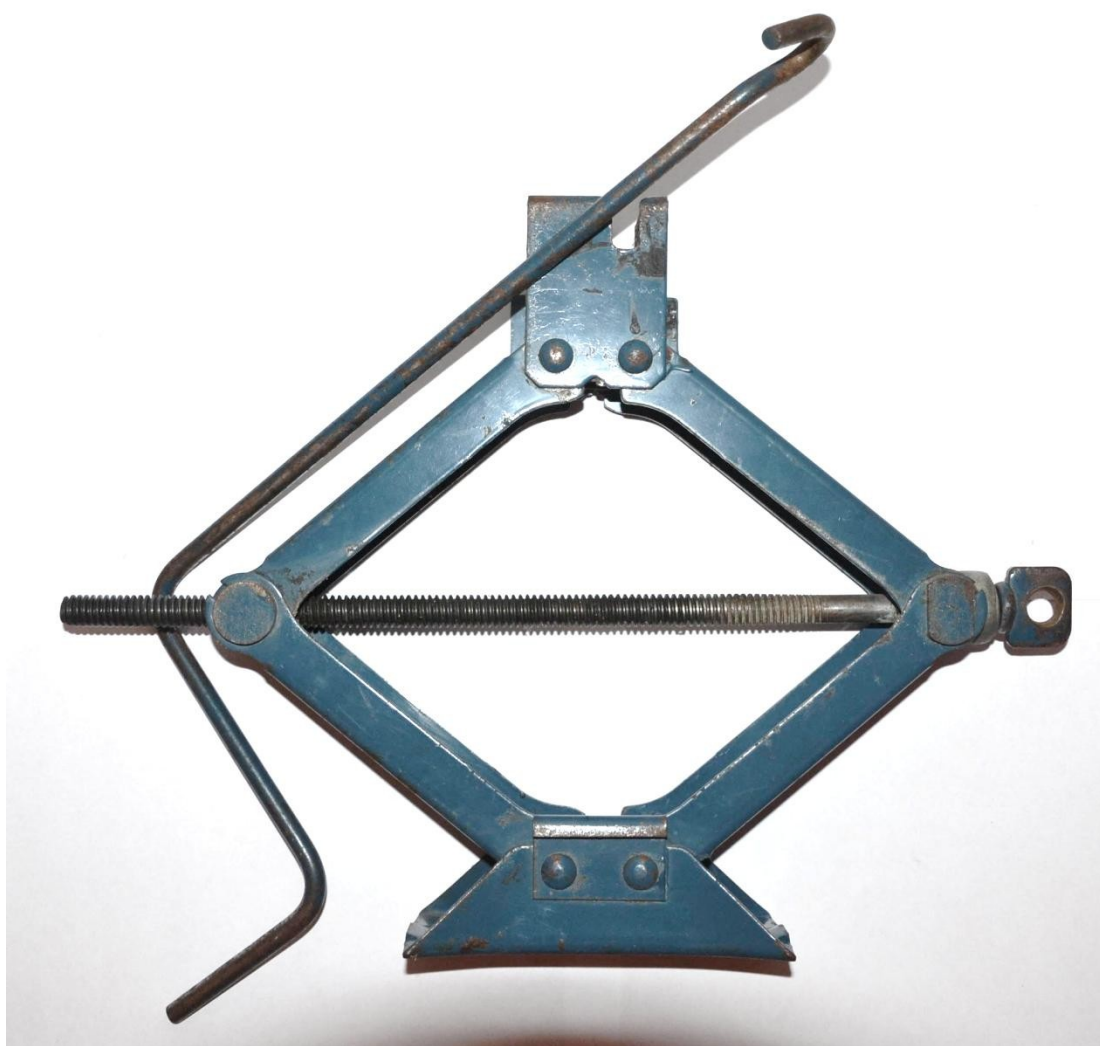
Nůžková zvedací zařízení mají širokou škálu využití od nůžkových automobilových zvedáků přes lehké ručně poháněné stoly s malou výškou zdvihu až po velkoplošné několika sekční nákladní konstrukce. Plošiny mohou být taktéž mobilní, a to bez hnací jednotky, s elektrickým nebo s dieslovým motorem. Několik variant využití bude popsáno v následujících kapitolách.



Obrázek 2 Schéma konstrukce jednosekční nůžkové plošiny

## 1.1 Ruční nůžkový zvedák

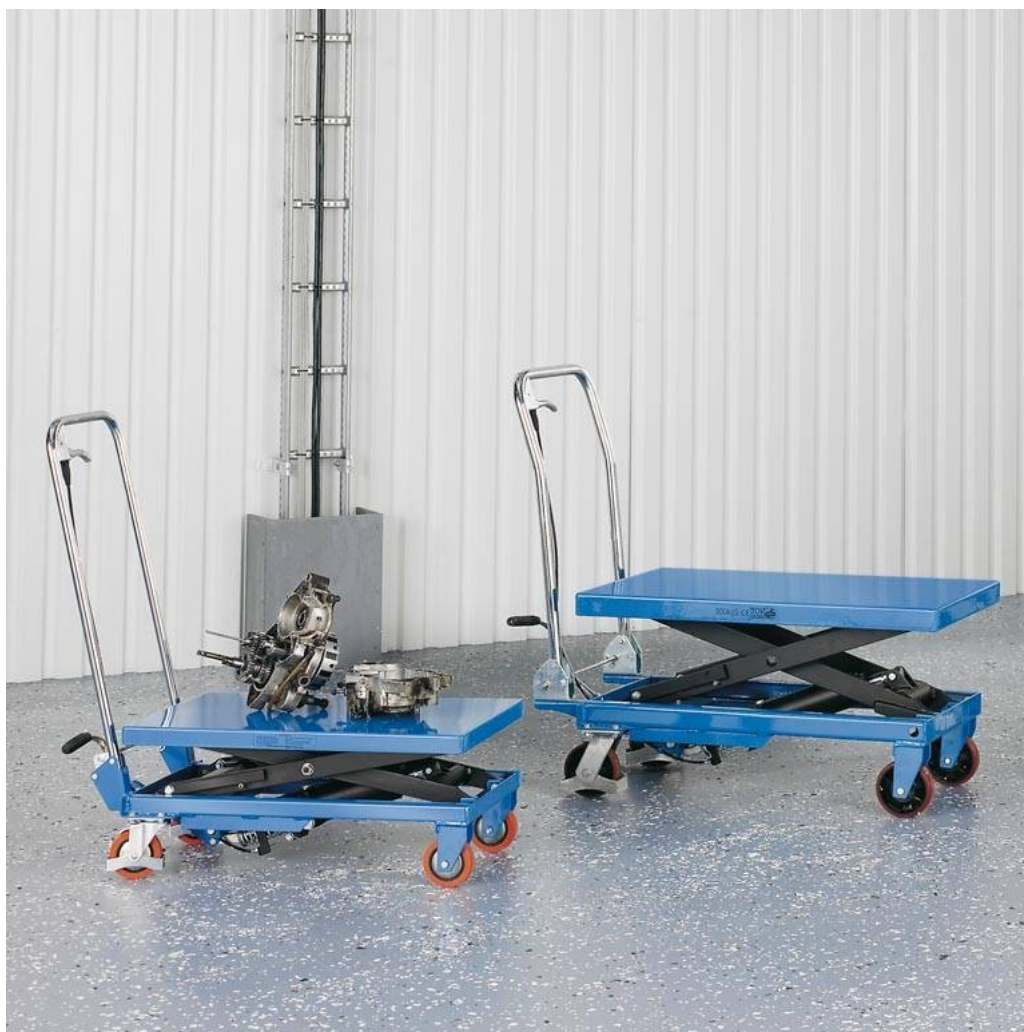
Ruční nůžkový zvedák je jedna z ukázek častého využití nůžkového mechanismu. Konstrukce tohoto zařízení se značně liší od ostatních realizací nůžkového mechanismu. Také použití je odlišné, jelikož neslouží k celoplošnému zvedání, ale pouze k nadzvednutí v jednom bodě. Pohon je zajišťován ručně pomocí otáčení pohybového šroubu. Výjimečně může být poháněn i elektromotorem. Využívá se například jako pomůcka při výměně kola automobilu. Zdvih tohoto zvedáku se pohybuje okolo 400 mm. Nosnost je navrhována v rozmezí jedné až dvou tun.



Obrázek 3 Ruční nůžkový zvedák

## 1.2 Zvedací stoly

Zvedací stoly usnadňují práci tam, kde potřebujeme manipulovat s břemeny v určité výšce nebo je převážet či umisťovat na vyvýšená místa. Tato zvedací zařízení jsou konstruována se zdvihem do 2000 mm. Mohou být stabilní i mobilní. Často využívané jsou mechanické pojízdné zvedací stoly s nosností do 1000 kg, kde je pohon zajištěn hydraulicky pomocí nožního pedálu nebo klikou s pohybovým šroubem. Používají se zejména při ukládání zboží do regálů nebo při práci s výrobky, kdy je nutná vertikální polohovatelnost. Podobné využití poskytují také nůžkové zdvihací (paletové) vozíky, jež mají podobnou konstrukci. Mohutnější stabilní zvedací stoly mohou být využity například k nakládce osobních vozů. Pohon stolů s vyšší nosností je zajištěn hydraulickým agregátem.



Obrázek 4 Mobilní zvedací stoly s pohonem nožním pedálem

### 1.3 Vyrovnávací rampy a nakládací plošiny

Pro pohodlnou manipulaci s objemnými a těžkými břemeny mezi korbou nákladního vozu a rovinou skladu jsou často upřednostňovaným využitím nůžkových zvedacích plošin různé varianty vyrovnávacích ramp. Výška zdvihu může být realizována nanejvýš do 2,5 m, nejčastěji je však od 1,2 do 1,5 m. Pracovní plocha je zpravidla otevřená a slouží jako jízdní dráha. Rozmezí možných vyráběných rozměrů je velmi rozmanité, závisí zejména na způsobu použití. Nosnost se však pohybuje přibližně do 8 tun. Konstrukce vyrovnávacích ramp je tvořena jednosekčním nůžkovým mechanismem jednoduché konstrukce. Toto řešení zajišťuje bezpečnost a zvýšení produktivity práce.



Obrázek 5 Nůžková plošina ve funkci vyrovnávací rampy



## 1.4 Nůžkový zvedák automobilů

Jedním z velmi často používaných variant nůžkového mechanismu je zvedák automobilů. Jak už samotný název napovídá, jedná se o zařízení, které je určeno ke zvedání automobilů, zejména osobních nebo lehčích nákladních vozů. Bohaté uplatnění tento zvedák poskytuje v autoservisech, pneuservisech či dílnách pro úpravu vozidel. Nůžkové zvedáky zajišťují komfortní přístup k podvozku vozidla a tím i pohodlnou manipulaci například při seřizování geometrie kol nebo při jejich výměně. Maximální volnost pracovního prostoru je zajištěna konstrukcí nůžkových zvedáků, které jsou sestaveny ze dvou paralelně umístěných nůžkových jedno nebo dvousekčních mechanismů. Jednotlivé mechanismy nejsou v celé části nůžkového mechanismu navzájem spojeny nosníky ani torzními tyčemi. Horní pracovní plocha může být opatřena nájezdovými pásy, které umožňují ukotvení zvedáku přímo k podlaze. Výhodným způsobem umístění je zapuštění do podlahy, což značně šetří místo v pracovních prostorách. Pro menší firmy nebo domácí použití existují i zvedáky opatřené pojezdovými koly, jež umožňují snadné přemístění zařízení mimo prostory garáže. Zdvíhací sílu zajišťují dva hydraulické válce, kdy každý z nich připadá jednomu nůžkovému mechanismu. Nůžkové zvedáky automobilů bývají hojně opatřeny malou přídatnou nůžkovou plošinou, která má samostatně ovladatelnou polohu a je umístěná na horní pracovní desce. Příklad je znázorněn na obrázku 6.



Obrázek 6 Nůžkový zvedák automobilů s přídatnou plošinou

## 1.5 Nůžkový výtah

Nůžkovou plošinu s vysokým zdvihem můžeme využít jako náhradu nákladního či osobního výtahu. Takové zařízení se s výhodou využívá zejména v budovách kde je nutná manipulace s materiálem nebo přeprava osob v rámci jednoho nebo více podlaží. Větších dopravních výšek lze dosáhnout sestavením několika nůžkových sekcí na sebe. Nůžkový výtah má značné výhody oproti konvenčním výtahům. Jedna z hlavních výhod je možnost dopravy bez strojovny nad šachtou, bez použití lan a vyvažovacích závaží, proto se často používá jako zdvižné zařízení pod pódii v divadlech a jiných kulturních budovách. Další nespornou výhodou je ukotvení výtahu pouze ve spodní části k podlaze, to znamená, že nejsou nutná žádná postranní vedení. Z bezpečnostních důvodů bývají takto konstruované výtahy opatřeny šachtou, která zabraňuje možnému pádu z horní části plošiny. Pokud není zhotovena šachta, je nutné, aby horní zvedaná plocha byla opatřena zábradlím, které splňuje stejnou funkci. Taktéž by mělo být každé patro opatřeno zábradlím kolem šachty nebo automatickým výsuvným poklopem, jež zabraňuje pádu osob do šachty v případě, kdy je plošina ve spodní poloze. Často využívané jsou tyto výtahy pro přepravu osob na invalidních vozících nebo lůžkách, kdy mohou být šachty přistavěny k venkovní stěně budovy.



Obrázek 7 Nůžková plošina ve funkci nákladního výtahu

## 1.6 Samohybné nůžkové plošiny

Velkým pomocníkem při opravách nebo montáži nadzemních instalací, či při opravách a čištění fasád, stavebách nových hal a podobně jsou samohybné nůžkové plošiny. Umožňují jak pohyb ve svislém směru, tak i pohyb horizontální, který je umožněn pojezdovými koly nebo pásy s elektrickým či dieselovým pohonem. Velkou výhodou takovýchto plošin je možnost popojíždění i v pracovních výškách. Samohybné nůžkové plošiny, jejichž pohyb je poháněn elektrickým motorem napájeným akumulátory, jsou určeny pro použití na zpevněném povrchu s maximálním sklonem 3°. Jejich pracovní doba je omezena kapacitou akumulátorů, které se musí přibližně po 10 pracovních hodinách dobít. Doba dobíjení je závislá na typu zařízení, pohybuje se okolo 8 hodin. Pro využití v interiéru se používají nemazací pojezdová kola, která nešpiní podlahu olejem. Dalším hojně používaným typem samohybných plošin jsou plošiny dieselové, které jsou výhodné zejména na nezpevněném povrchu. Mohou být vybaveny pohonem všech čtyř kol, či výkyvnými nápravami pro pohodlnou práci i v náročných podmínkách. Při práci na skloněných rovinách plošiny disponují čidly, jež signalizují nebezpečný náklon, popřípadě mohou automaticky zastavit provoz. Veškeré samohybné zvedací plošiny jsou opatřeny pracovním košem na horním rámu, u kterého je možno zvětšit pochozí plochu, což umožňuje pohyb i více pracovníkům. Pracovní koš je zpravidla opatřen ovládacím zařízením.



Obrázek 8 Samohybná dieselová nůžková plošina

## 1.7 Tandemové plošiny

Pro zvedání velmi objemných, dlouhých a zároveň těžkých břemen používáme velkoplošné zvedací stoly. Jsou robustní, vybaveny často několika hydraulickými písty, které zajišťují zdvih pracovní plochy. Skládají se ze dvou nebo více oddělených shodných nůžkových mechanismů umístěných sériově, které jsou spojeny horním a spodním rámem, což zaručuje pevnou konstrukci a bezpečnější manipulaci než u více zvedacích plošin za sebou. Jelikož jsou tyto typy zvedacích plošin bezsloupové, je možno manipulovat s břemeny do stran, případně zvedat břemena větší než samotná pracovní plocha. Na principu za sebou umístěných nůžkových mechanismů pracují i zvedáky nákladních automobilů, či montážní linky, jejichž nosnost se pohybuje v řádech desítek tun. Tandemové plošiny mohou být vyrobeny i jako vertikálně vícenůžkové v případech, kdy je potřeba dosáhnout vysokého zdvihu.



Obrázek 9 Velkoplošný tandemový zvedací stůl

## 2 Kinematický rozbor nůžkového mechanismu

Kinematický rozbor úlohy je vztažen k mechanismu, znázorněnému na rovinném schématu jednosekční nůžkové plošiny se zjednodušením na symetrické zatížení, které je vysvětleno v dalších kapitolách. Nůžkový mechanismus je znázorněn na obrázku 10.

Výpočet počtu stupňů volnosti je závislý na počtu těles v soustavě včetně rámu a zároveň na počtu jednotlivých vazeb podle následujícího vztahu.

$$i = 3 \cdot (n - 1) - 2 \cdot (k + p + v) - (p_k + o) \quad (2.1)$$

kde

**i** – počet stupňů volnosti

**n** – počet členů soustavy

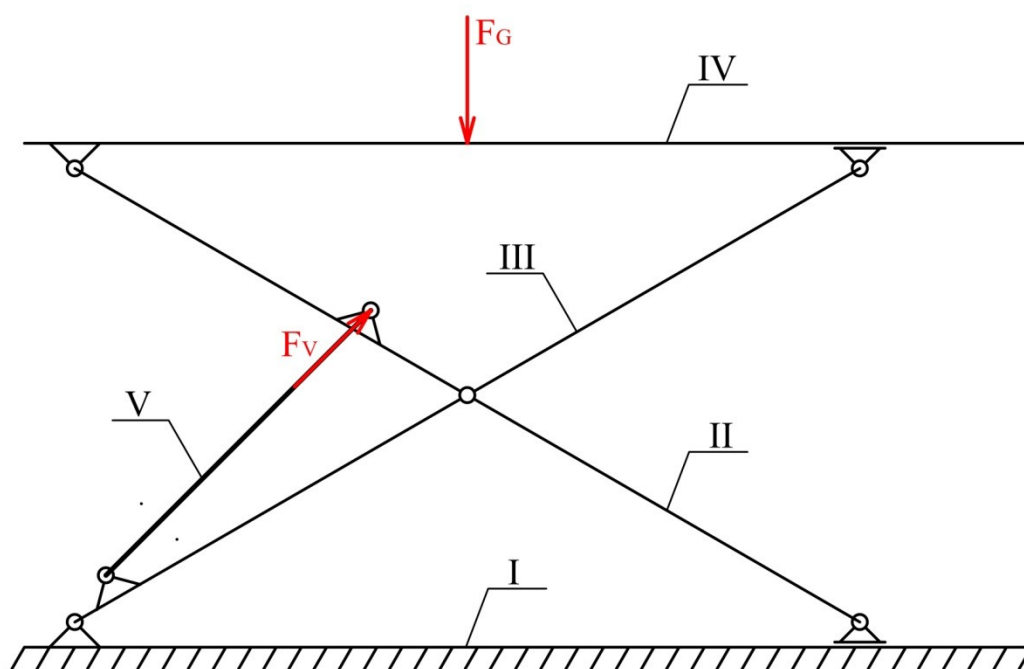
**k** – počet kloubových vazeb

**p** – počet posuvných vazeb

**v** – počet valivých vazeb

**p<sub>k</sub>** – počet posuvných kloubů

**o** – počet obecných vazeb



Obrázek 10 Schéma tuhé soustavy nůžkového mechanismu

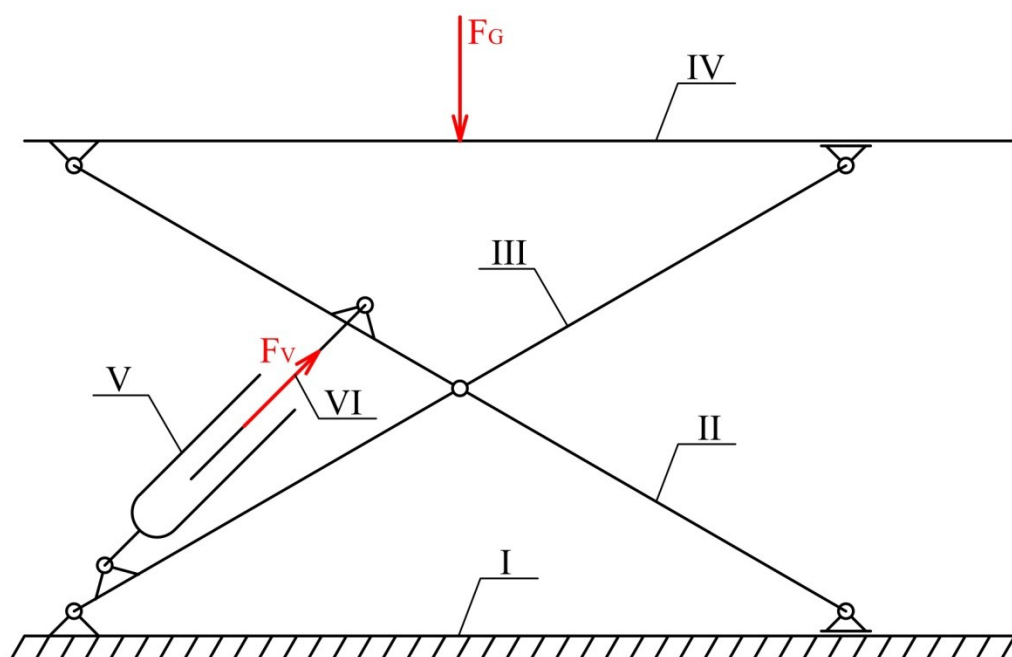
Pokud u nůžkového mechanismu uvážíme hydraulický válec jako absolutně tuhou tyč, je možno vypočítat statické účinky ve vazbách soustavy a zároveň sílu ve zvedacím válci pomocí metody uvolnění. Sílu ve válci pak lze určit také principem virtuálních prací. Takovýto mechanismus je znázorněn na obrázku 10. Jednotlivé členy této soustavy jsou označeny římskými čísly a jejich počet je  $n=5$ , dále mechanismus obsahuje pevné kloubové vazby  $k=5$  a posuvné kloubové vazby  $pk=2$ . Pohybivost vyřešíme následovně.

$$i = 3 \cdot (5 - 1) - 2 \cdot 5 - 2 = 0 \quad (2.2)$$

Mechanismus tedy nemá žádný stupeň volnosti a chová se jako tuhý celek, což je při výpočtu značnou výhodou. Je však důležité uvědomit si, že hydraulický válec není absolutně tuhý stejně jako jednotlivé části mechanismu. Zjednodušení na tuhou soustavu je však v tomto případě přijatelné a pro analytický výpočet je prakticky nutné.

Pokud uvažujeme hydraulický válec jako pohyblivý píst, mění se silové účinky ve vazbách a v samotném válci v závislosti na možných nezávislých souřadnicích mechanismu. Počet těchto souřadnic odpovídá počtu stupňů volnosti. Schéma soustavy s pohyblivým pístem je znázorněno na obrázku 11. Počet členů je nyní  $n=6$ . Počet kloubových vazeb  $k=5$ , pevných kloubových vazeb  $pk=2$ . V soustavě musíme nyní přidat také posuvnou vazbu znázorňující hydraulický válec  $p=1$ . Počet stupňů volnosti tedy vypočítáme následujícím vztahem.

$$i = 3 \cdot (6 - 1) - 2 \cdot (5 + 1) - 2 = 1 \quad (2.3)$$

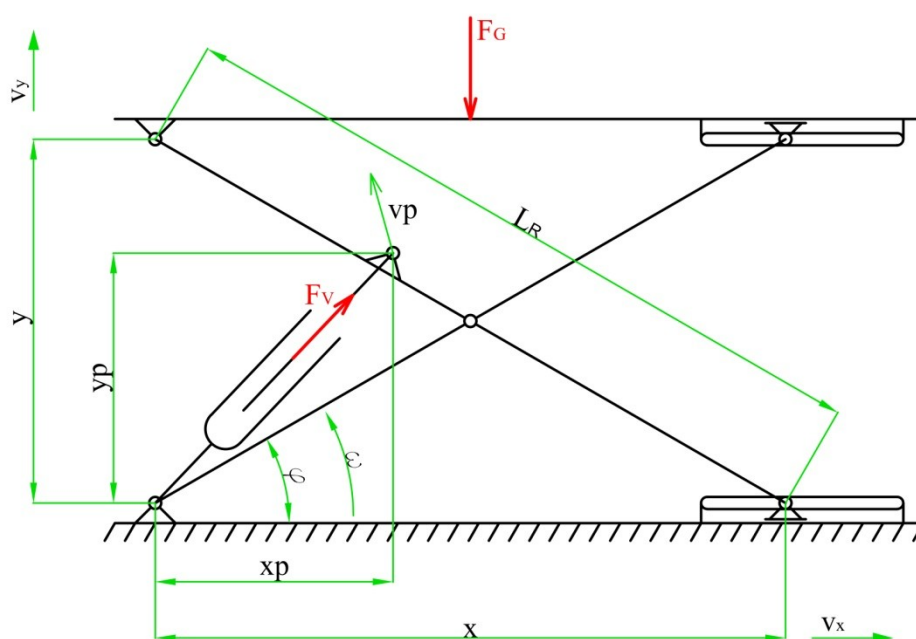


Obrázek 11 Schéma pohyblivé soustavy nůžkového mechanismu



Mechanismus má tedy jeden možný nezávislý pohyb, který je vyjádřen jedinou souřadnicí. V případě nůžkového mechanismu je touto souřadnicí většinou úhel sklonu ramen  $\varphi$  od základové desky. V závislosti na tomto úhlu se bude celá soustava pohybovat. Úhel  $\varphi$  je možno vyjádřit z rozměrů plošiny pomocí goniometrických funkcí, což bude aplikováno v dalších kapitolách.

Jelikož jsou souřadnice mechanismu při pracovním pohybu závislé na čase, můžeme pomocí derivace jednotlivých souřadnic podle času určit například rychlost zdvihu  $v_y$  nebo rychlost vysunutí hydraulického válce  $v_p$  a podobně. Jednotlivé rychlosti budou dále využívány při výpočtu síly ve válci pomocí principu virtuálních prací.



Obrázek 12 Schéma základních kinematických souřadnic mechanismu

Jednotlivé kinematické veličiny můžeme vyjádřit následujícími vztahy.

$$y = L_R \cdot \sin \varphi \quad (2.4)$$

$$v_y = \dot{y} = L_R \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} = L_R \cdot \cos \varphi \cdot \omega \quad (2.5)$$

$$x = L_R \cdot \cos \varphi \quad (2.6)$$

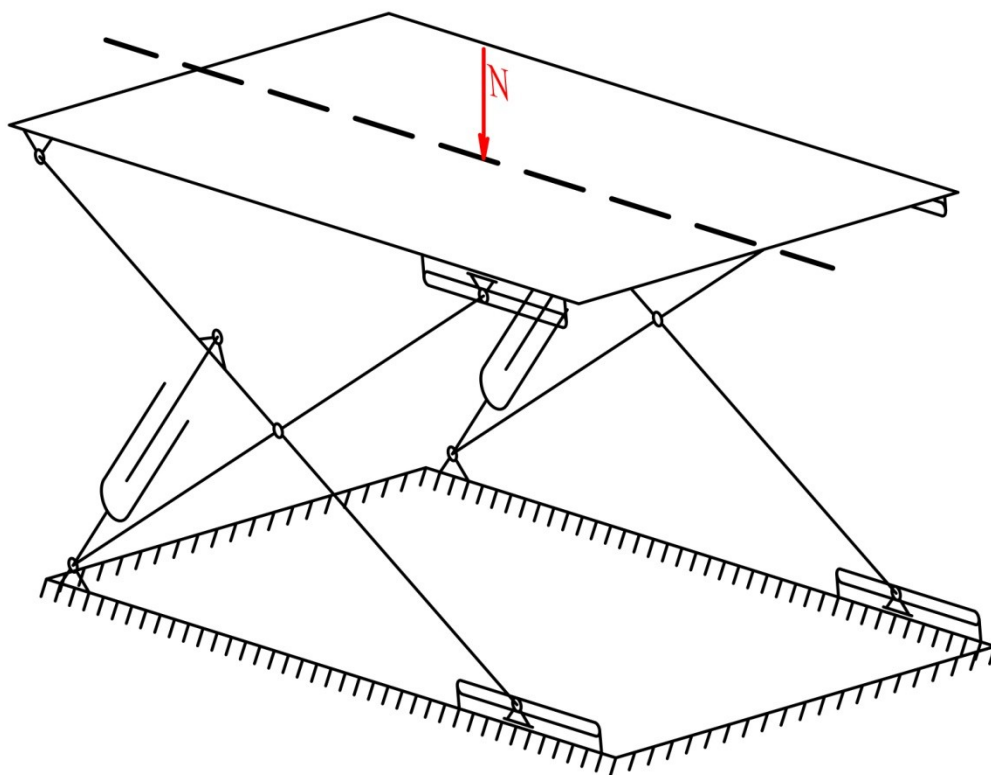
$$v_x = \dot{x} = -L_R \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} = -L_R \cdot \sin \varphi \cdot \omega \quad (2.7)$$

Ze vztahu (2.7) a obrázku 12 je patrné, že při zvedání pracovního stolu dochází k přibližování posuvných kloubových vazeb k pevným kloubovým vazbám na horní a spodní základně mechanismu. To znamená, že při kladné úhlové rychlosti  $\omega$  je rychlost  $v_x$  záporná. Na obrázku 12 je válec uchycen na jednom konci přímo v pevném kloubovém čepu na spodním rámu plošiny.

### 3 Výpočet jednosekční nůžkové plošiny

Vzhledem ke značné složitosti výpočtu prostorového nůžkového mechanismu budou následující úlohy řešeny se zjednodušením na rovinný mechanismus. Aby bylo možno toto zjednodušení aplikovat, bude uvažováno rovnoměrné zatížení plošiny tak, aby byly síly působící v ramenech rovnoměrně rozloženy jak do levého, tak i pravého mechanismu nůžkové zvedací plošiny. Takovýto zjednodušený způsob výpočtu je však částečně zidealizovaný, což přináší poněkud zkreslený výsledek vzhledem k realitě. Ovšem v mnoha případech jsou nůžkové zvedací plošiny v praxi zatěžovány právě tímto způsobem, například u nůžkového zvedáku automobilu, kde je tíha automobilu přenášena pomocí kol a rozložena na obě strany nůžkového mechanismu shodně. Na takovýto zjednodušený rovinný nůžkový mechanismus působí pouze polovina celkové zatěžující síly, a to ve směru gravitace, tudíž kolmém na horní rám. Nositelka této síly leží v rovině shodně s rovinou ramen mechanismu. Vztah pro výpočet této síly, jež bude figurovat ve všech následujících výpočtech, je dán následujícím vzorcem.

$$F_G = \frac{N \cdot g}{2} \quad (3.1)$$

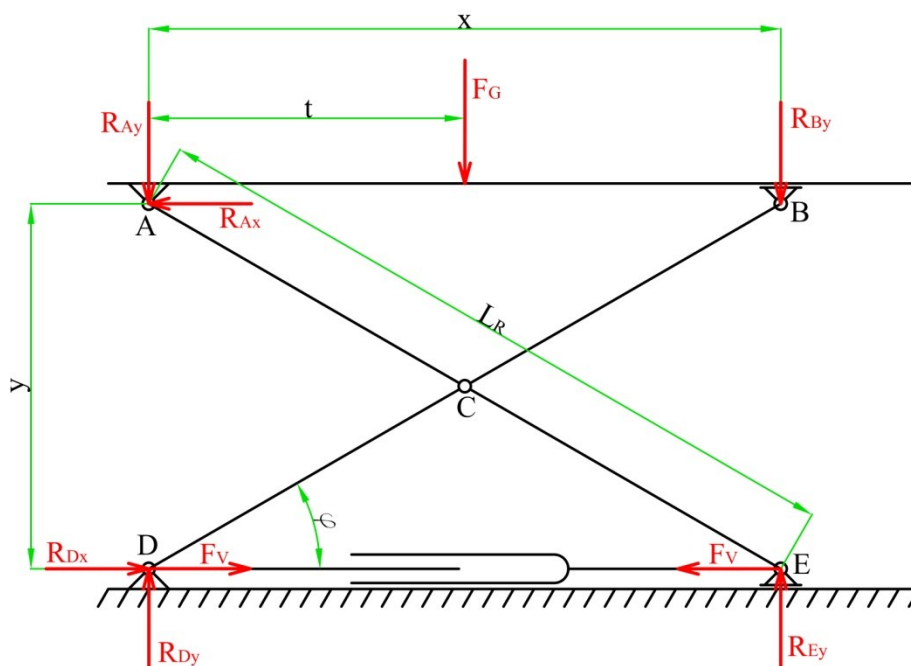


Obrázek 13 Schéma zatížení jednosekční nůžkové plošiny



### 3.1 Výpočet jednosekční plošiny s vodorovným válcem

Nůžkové plošiny s vodorovně umístěným zvedacím hydraulickým válcem se v praxi nepoužívají, výjimečně se s tímto pohonem můžeme setkat u menších zvedacích stolů s nosností do sta kilogramů. Důvodem, proč se toto uspořádání nepoužívá, je značně nevýhodný poměr zvedací síly ve válci oproti síle zatěžující horní rám. Tato problematika bude dále objasněna v následujících výpočtech pomocí metody uvolnění a principu virtuálních prací.



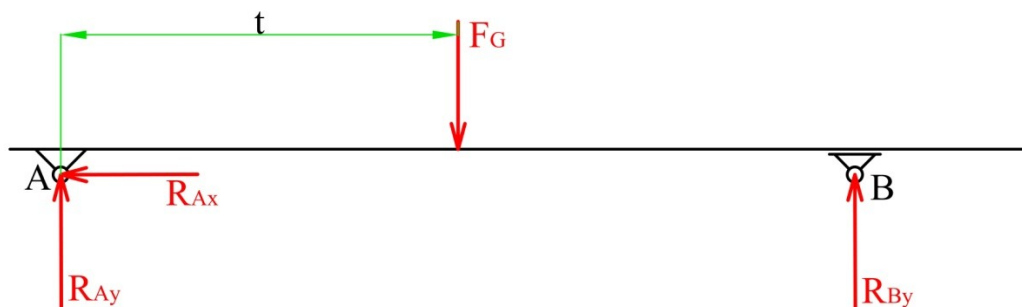
Obrázek 14 Schéma působících sil a reakcí u jednosekční plošiny s vodorovným válcem

Na obrázku 14 je znázorněno celkové schéma rovinného jednosekčního nůžkového mechanismu s vodorovně umístěným hydraulickým válcem. Výsledná síla v tomto válci je označena  $F_v$ . V případě, kdy je použit pouze jeden zvedací válec, je výsledná síla  $F_v$  poloviční, stejně jako síla zatěžující horní rám, jelikož byla úloha částečně zjednodušena využitím symetrie. Výpočty jsou řešeny pro nejnižší možnou polohu nůžkového mechanismu. Tato poloha je závislá na sklonu ramen nůžkového mechanismu. Nejmenší úhel sklonu ramen, který může u plošiny nastat, bude uvažován pět stupňů.

### 3.1.1 Metoda uvolnění

#### Uvolnění horního rámu

Zvedací plošina je zatížena silou  $F_G$  svislého směru, působící na horní rám ve vzdálenosti  $t$  od levého kloubu horního rámu. Tuto zatěžovací sílu určíme ze vztahu (3.1).



Obrázek 15 Schéma zatížení horního rámu

Pro určení velikosti reakcí na horním rámu (nosník AB) je nutno provést uvolnění a sestavit rovnice rovnováhy. Rozteč  $x$  mezi klouby A a B určíme pomocí goniometrických funkcí z rozměrů ramen plošiny, viz vztah (2.6). Zatížení  $F_G$  působí v našem případě symetricky mezi klouby horního rámu. Reakce v horní desce tedy určíme z následujících podmínek.

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0 \quad (3.2)$$

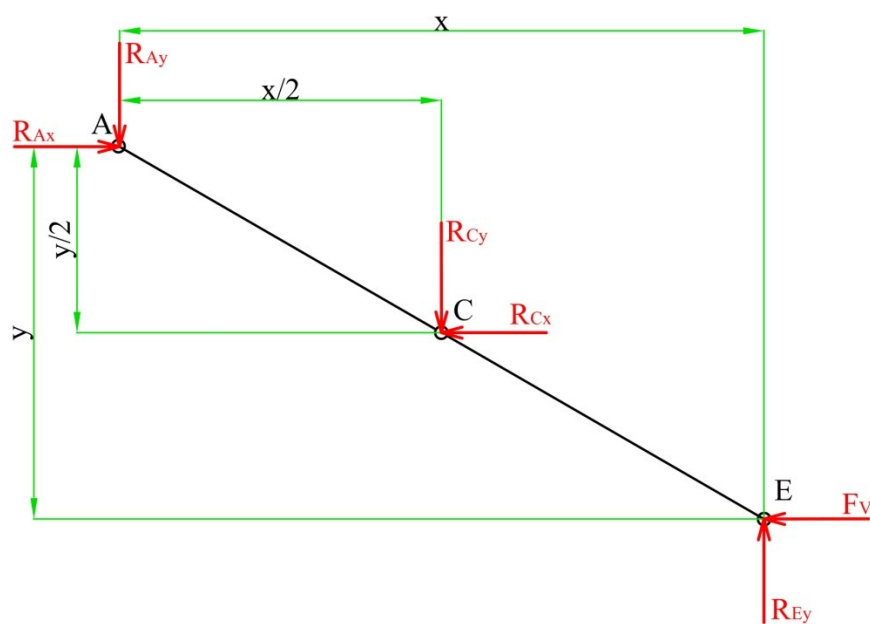
$$\sum M_{iA} = 0 \Rightarrow R_{By} \cdot x - F_G \cdot t = 0 \Rightarrow R_{By} = \frac{F_G \cdot t}{x} \quad (3.3)$$

$$\sum M_{iB} = 0 \Rightarrow F_G \cdot (x - t) - R_{Ay} \cdot x = 0 \Rightarrow R_{Ay} = \frac{F_G \cdot (x - t)}{x} \quad (3.4)$$

#### Uvolnění ramen ACE a BCD

Aby bylo možno určit silové účinky v čepích konstrukce a v hydraulickém válci, je nutné všechny nosníky mechanismu jednotlivě uvolnit a sestavit pro ně rovnice rovnováhy. Reakce jsou vypočteny ze tří rovnic rovnováhy. Dvě pro působící síly ve směru  $x$ ,  $y$  a jednu momentovou k libovolnému bodu konstrukce.

### Rovnice rovnováhy pro nosník ACE



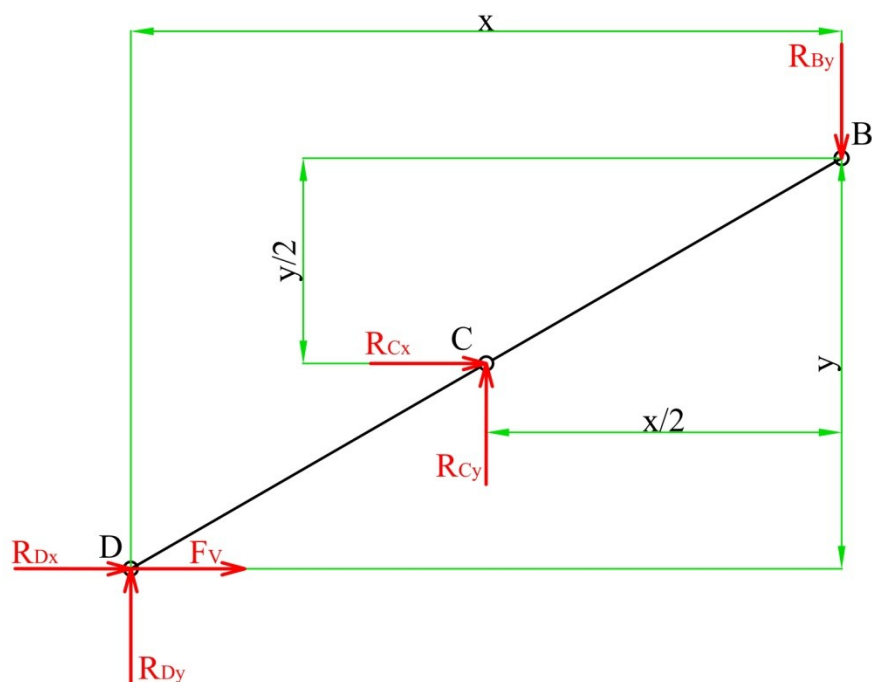
Obrázek 16 Reakce na rameni ACE

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - R_{Cx} - F_V = 0 \quad (3.5)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Ey} - R_{Cy} - R_{Ay} = 0 \quad (3.6)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot \frac{x}{2} - R_{Ax} \cdot \frac{y}{2} + R_{Ey} \cdot \frac{x}{2} - F_V \cdot \frac{y}{2} = 0 \quad (3.7)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník BCD



Obrázek 17 Reakce na rameni BCD

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Dx} + F_V + R_{Cx} = 0 \quad (3.8)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Dy} + R_{Cy} - R_{By} = 0 \quad (3.9)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow -R_{Dy} \cdot \frac{x}{2} + R_{Dx} \cdot \frac{y}{2} + F_V \cdot \frac{y}{2} - R_{By} \cdot \frac{x}{2} = 0 \quad (3.10)$$

Předchozích devět rovnic (3.2) až (3.10) tvoří soustavu devíti rovnic o devíti neznámých. Tato soustava je následně sepsána a řešena v maticovém tvaru.

### Řešení v maticovém tvaru

Rovnice jsou zapsány ve tvaru

$$A \cdot v = u \quad (3.11)$$

kde **A** je čtvercová matice koeficientů, **v** je sloupcový vektor neznámých a **u** je sloupcový vektor pravých stran.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{y}{2} & -\frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{y}{2} & 0 & 0 & -\frac{x}{2} & 0 & 0 & \frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$v^T = \{F_V \quad R_{Ax} \quad R_{Ay} \quad R_{By} \quad R_{Cx} \quad R_{Cy} \quad R_{Dx} \quad R_{Dy} \quad R_{Ey}\} \quad (3.13)$$

$$u^T = \left\{ 0 \quad \frac{F_G \cdot (x - t)}{x} \quad \frac{F_G \cdot t}{x} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\} \quad (3.14)$$

Hodnoty neznámých veličin určíme vynásobením sloupcového vektoru pravých stran inverzní maticí koeficientů z levé strany.

$$v = A^{-1} \cdot u \quad (3.15)$$

### Výsledné hodnoty silových účinků

Silové účinky jsou řešeny pro zvedací plošinu o následujících parametrech.

nosnost  $N=100 \text{ Kg}$

délka ramene  $L_R=1000 \text{ mm}$

nejmenší sklon ramen  $\varphi=5^\circ$

vzdálenost působíště zatěžující síly  $t=x/2$

Číselné hodnoty statických silových účinků v kloubech mechanismu.

Výsledná síla ve válci:

$$F_V = 5606.44 \text{ N} \quad (3.16)$$

Reakce v kloubu A:

$$R_{Ax} = 0 \text{ N} \quad (3.17)$$

$$R_{Ay} = 245.25 \text{ N} \quad (3.18)$$

Reakce v kloubu B:

$$R_{By} = 245.25 \text{ N} \quad (3.19)$$

Reakce v kloubu C:

$$R_{Cx} = -5606.44 \text{ N} \quad (3.20)$$

$$R_{Cy} = 0 \text{ N} \quad (3.21)$$

Reakce v kloubu D:

$$R_{Dx} = 0 \text{ N} \quad (3.22)$$

$$R_{Dy} = 245.25 \text{ N} \quad (3.23)$$

Reakce v kloubu E:

$$R_{Ey} = 245.25 \text{ N} \quad (3.24)$$

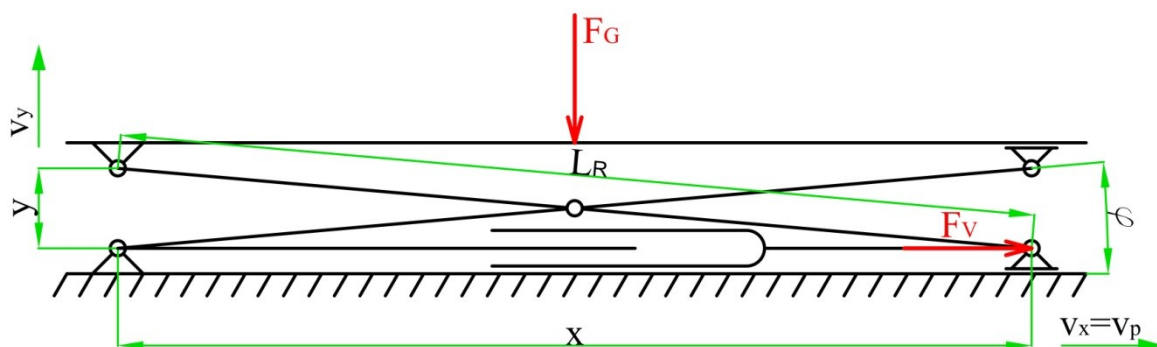
Správnost výsledných hodnot je ověřena kontrolním součtem silových účinků na spodní rám.

$$R_{Dy} + R_{Ey} - F_G = 0 \text{ N} \quad (3.25)$$

Součet reakcí působících na spodní desku je roven zatěžující síle, tudíž je výsledek správný. Reakce  $R_{Dx}$  je rovna nule, jelikož je mechanismus zatížen pouze ve směru svislém.

### 3.1.2 Princip virtuálních prací

Výsledná hodnota síly  $F_v$  v hydraulickém válci, vypočtená v předchozí kapitole metodou uvolnění, bude v této kapitole ověřena principem virtuálních prací. Tato metoda spočívá v tom, že celková práce mechanismu musí být nulová.



Obrázek 18 Schéma konstrukce nůžkové plošiny

Součet virtuální práce, kterou vykoná zatěžující síla  $F_G$  s virtuální prací vykonanou silou ve válci  $F_v$  musí být nulový.

$$F_v \cdot v_p - F_G \cdot v_y \cdot \cos 180^\circ = 0 \quad (3.26)$$

Rychlost vysunutí pístu  $v_p$  je v tomto případě shodná s rychlostí posouvání posuvného kloubu  $v_x$ . Jednotlivé rychlosti jsou určeny jako derivace momentálních rozměrů  $x$  a  $y$  podle času. Tyto rozměry jsou funkcí úhlu  $\varphi$ . Veškeré uvedené kinematické veličiny jsou vyjádřeny v kapitole 2.

$$F_v = F_G \cdot \frac{-v_y}{v_p} = F_G \cdot \frac{L_R \cdot \cos \varphi \cdot \omega}{L_R \cdot \sin \varphi \cdot \omega} = \frac{F_G}{\tan \varphi} \quad (3.27)$$

$$F_v = 5606.44 \text{ N} \quad (3.28)$$

Výsledná hodnota síly ve válci, vyřešená principem virtuálních prací, se shoduje s hodnotou určenou metodou uvolnění v předchozí kapitole, tudíž je možno výsledek považovat za správný.

Silové poměry u zvedací plošiny s vodorovně umístěným pístem jsou značně nevýhodné. Síla ve zvedacím válci je přímo úměrná síle zatěžující a převrácené hodnotě tangenty úhlu sklonu ramen od horizontální roviny. Tato závislost způsobuje, že zvedací síla je ve spodní poloze plošiny mnohem větší než síla zatěžující horní rám. Zmíněná závislost je vyobrazena následujícím grafem.

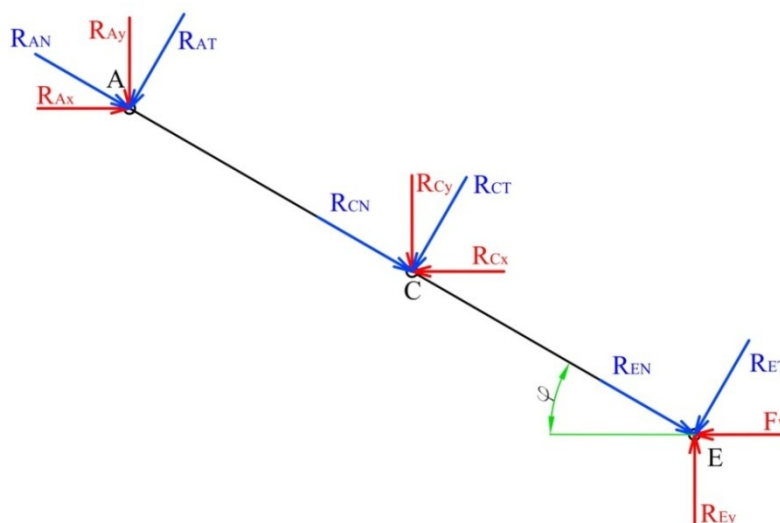


Obrázek 19 Závislost síly ve válci na poloze mechanismu

### 3.1.3 Určení vnitřních statických účinků

Pro znázornění průběhů vnitřních statických účinků je nutno vyřešit posouvající síly, normálové síly a ohybové momenty. Vnitřní statické účinky budou vypočítány zleva pro nosníky ACE a BCD.

Nosník ACE:



Obrázek 20 Schéma normálových a posouvajících sil na rameni ACE

Výpočet normálových sil na rameni ACE:

$$R_{AN} = R_{Ax} \cdot \cos \varphi + R_{Ay} \cdot \sin \varphi = 21.38 \text{ N} \quad (3.29)$$

$$R_{CN} = R_{Cy} \cdot \sin \varphi - R_{Cx} \cdot \cos \varphi = 5585.11 \text{ N} \quad (3.30)$$

$$R_{EN} = -F_V \cdot \cos \varphi - R_{Ey} \cdot \sin \varphi = -5606.48 \text{ N} \quad (3.31)$$

Výpočet posouvajících sil na rameni ACE:

$$R_{AT} = R_{Ay} \cdot \cos \varphi - R_{Ax} \cdot \sin \varphi = 244.32 \text{ N} \quad (3.32)$$

$$R_{CT} = R_{Cx} \cdot \sin \varphi + R_{Cy} \cdot \cos \varphi = -488.63 \text{ N} \quad (3.33)$$

$$R_{ET} = F_V \cdot \sin \varphi - R_{Ey} \cdot \cos \varphi = 244.32 \text{ N} \quad (3.34)$$

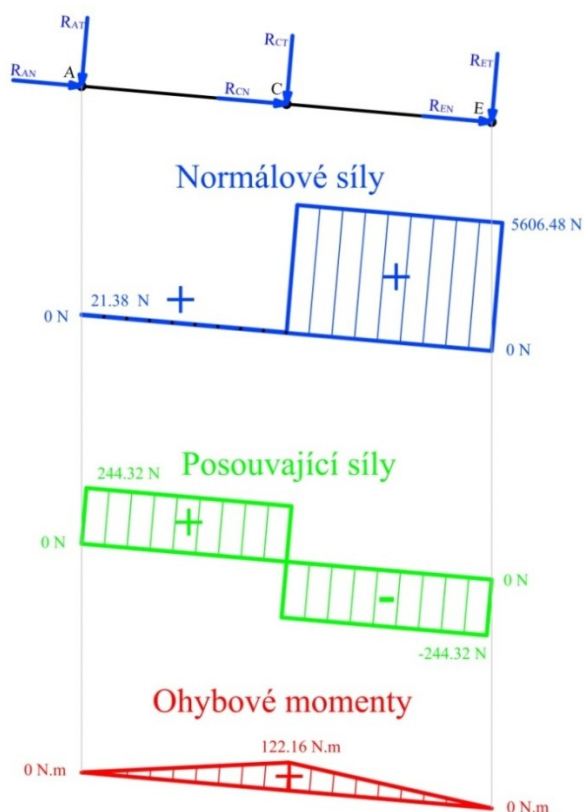
Výpočet ohybových momentů na rameni ACE:

$$M_{oA} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.35)$$

$$M_{oC} = R_{AT} \cdot \frac{L_R}{2} = 122.16 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.36)$$

$$M_{oE} = R_{AT} \cdot L_R + R_{CT} \cdot \frac{L_R}{2} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.37)$$

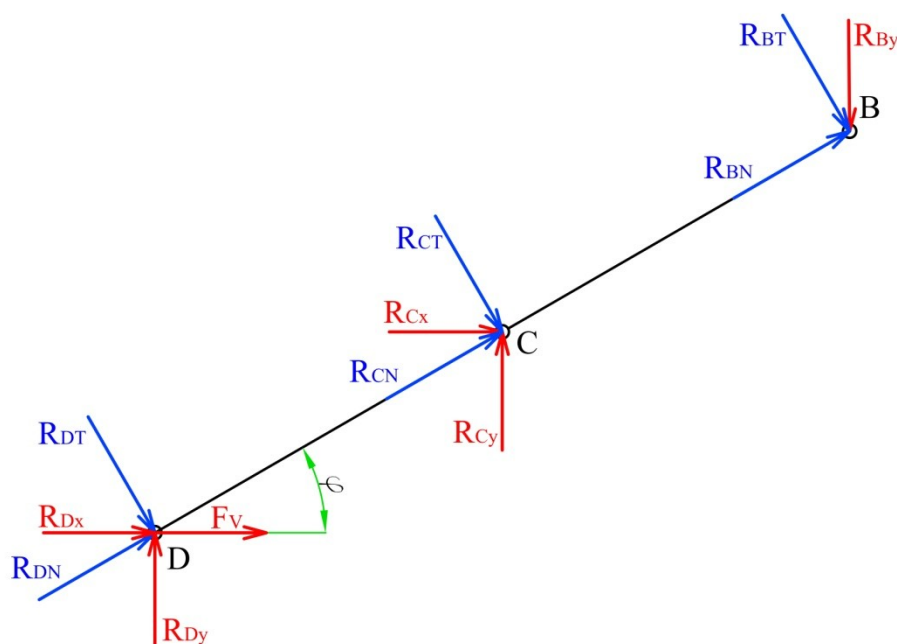
**Grafické znázornění vnitřních statických účinků na rameni ACE:**



Obrázek 21 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni ACE



Nosník BCD:



Obrázek 22 Schéma normálových a posouvajících sil na rameni BCD

Výpočet normálových sil na rameni BCD:

$$R_{DN} = R_{Dx} \cdot \cos \varphi + R_{Dy} \cdot \sin \varphi + F_V \cdot \cos \varphi = 5606.48 \text{ N} \quad (3.38)$$

$$R_{CN} = R_{Cx} \cdot \cos \varphi + R_{Cy} \cdot \sin \varphi = -5585.11 \text{ N} \quad (3.39)$$

$$R_{BN} = -R_{By} \cdot \sin \varphi = -21.38 \text{ N} \quad (3.40)$$

Výpočet posouvajících sil na rameni BCD:

$$R_{DT} = R_{Dx} \cdot \sin \varphi - R_{Dy} \cdot \cos \varphi + F_V \cdot \sin \varphi = 244.32 \text{ N} \quad (3.41)$$

$$R_{CT} = R_{Cx} \cdot \sin \varphi - R_{Cy} \cdot \cos \varphi = -488.63 \text{ N} \quad (3.42)$$

$$R_{BT} = R_{By} \cdot \cos \varphi = 244.32 \text{ N} \quad (3.43)$$

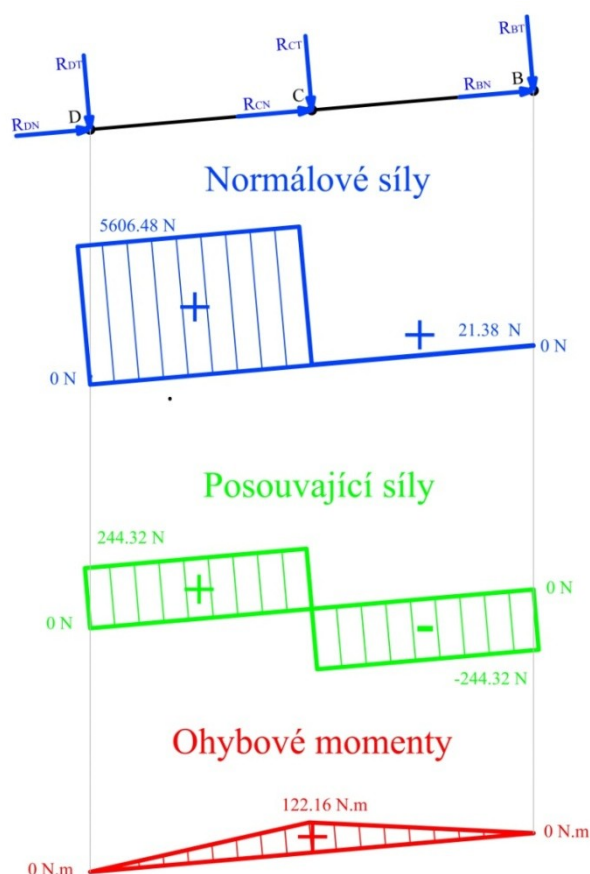
Výpočet ohybových momentů na rameni BCD:

$$M_{oD} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.44)$$

$$M_{oC} = R_{DT} \cdot \frac{L_R}{2} = 122.16 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.45)$$

$$M_{oB} = R_{DT} \cdot L_R + R_{CT} \cdot \frac{L_R}{2} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.46)$$

### Grafické znázornění vnitřních statických účinků na rameni BCD:



Obrázek 23 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni BCD

Z grafických znázornění průběhů vnitřních statických účinků pro pruty ACE a BCD je zřejmé, že jsou tyto účinky symetricky shodné. Tato skutečnost je způsobena právě umístěním zvedacího válce do horizontální polohy mezi spodní klouby. Zároveň má na symetrii účinků vliv zatěžující síla.

V předchozích kapitolách byly vyřešeny statické silové účinky a potřebná síla ve válci pro nůžkovou zvedací plošinu s vodorovně umístěným zvedacím válcem jako nejjednodušší příklad konstrukce nůžkového mechanismu. Případy se složitější konstrukcí, jako je plošina se skloněným válcem, budou řešeny v následujících kapitolách.

### 3.2 Výpočet jednosekční plošiny se skloněným zvedacím válcem

V této kapitole bude proveden statický výpočet čepových sil metodou uvolnění a následně bude výsledná síla ve zvedacím válci ověřena principem virtuálních prací. V jednotlivých dílech zvedací plošiny budou dále určena ohybová a tahová respektive tlaková napětí.



Obrázek 24 Reálná jednosekční plošina se skloněným válcem

Na obrázku 24 je znázorněna skutečná řešená nůžková zvedací plošina se skloněným zvedacím válcem. Válec je na jednom konci uchycen v pevné kloubové vazbě spodního rámu zároveň s jedním ramenem. Další konec pístu je zavazben k protějším rameni rovněž pevnou kloubovou vazbou. Tuto plošinu nahradíme rovinným mechanismem obdobným způsobem, jež je popsán v kapitole 3.

Parametry plošiny:

$$N = 6000 \text{ kg} \quad (3.47)$$

$$L_R = 2000 \text{ mm} \quad (3.48)$$

$$a = 250 \text{ mm} \quad (3.49)$$

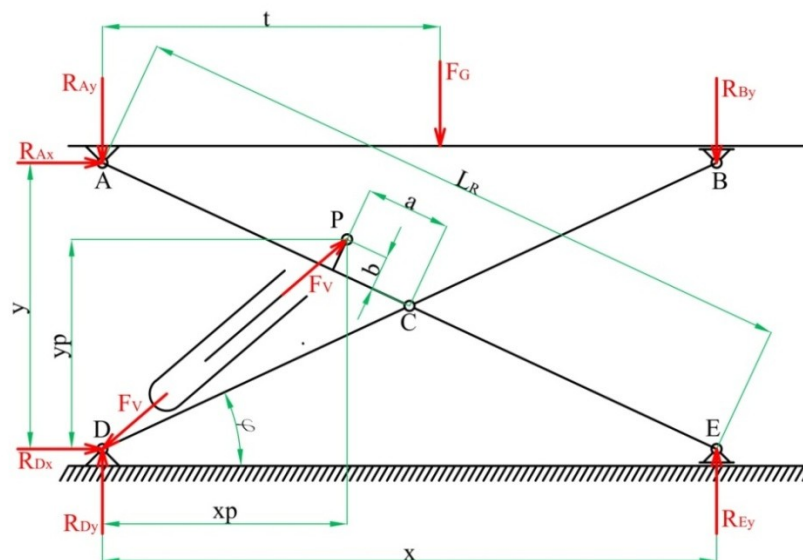
$$b = 200 \text{ mm} \quad (3.50)$$

$$\varphi_{\min} = 5^\circ \text{ mm} \quad (3.51)$$

$$B = 80 \text{ mm} \quad (3.52)$$

$$H = 140 \text{ mm} \quad (3.53)$$

$$T = 6 \text{ mm} \quad (3.54)$$



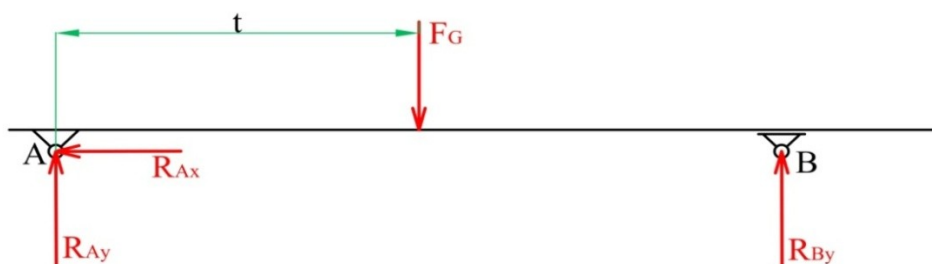
Obrázek 25 Schéma působících sil a reakcí u jednosekční plošiny s nakloněným válcem

Na obrázku 25 je znázorněno zjednodušené schéma rovinného mechanismu jednosekční nůžkové plošiny s nakloněným zvedacím válcem. Veškeré silové účinky jsou z důvodu symetrie pro polovinu mechanismu. Úloha bude v následujících kapitolách řešena pro nejmenší možný úhel sklonu ramen, což je v tomto případě pět stupňů.

### 3.2.1 Metoda uvolnění

#### Uvolnění horního rámu

Způsob zatížení plošiny i postup výpočtu reakčních sil ve vazbách A a B je stejný jako v kapitole 3.1. Sestavíme tedy tři rovnice rovnováhy.



Obrázek 26 Schéma zatížení plošiny

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0 \quad (3.55)$$

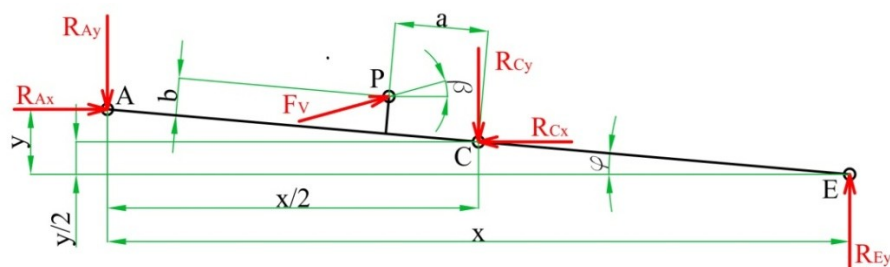
$$\sum M_{iA} = 0 \Rightarrow R_{By} \cdot x - F_G \cdot t = 0 \Rightarrow R_{By} = \frac{F_G \cdot t}{x} \quad (3.56)$$

$$\sum M_{iB} = 0 \Rightarrow F_G \cdot (x - t) - R_{Ay} \cdot x = 0 \Rightarrow R_{Ay} = \frac{F_G \cdot (x - t)}{x} \quad (3.57)$$

## Uvolnění ramen ACE a BCD

Pro vyřešení silových účinků metodou uvolnění je nutno jednotlivé části mechanismu uvolnit a sestavit pro každou z nich tři rovnice rovnováhy. Jednu momentovou a dvě pro směr osy x a y.

### Rovnice rovnováhy pro nosník ACE



Obrázek 27 Reakce na rameni ACE

Síla ve zvedacím válci svírá s vodorovnou rovinou úhel  $\beta$ . Jeho hodnotu určíme následujícím vztahem.

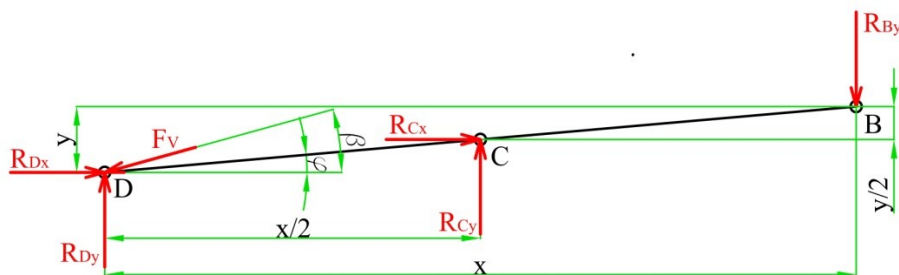
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{y}{2} + a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi}{\frac{x}{2} - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi} \Rightarrow \beta = \arctg \left( \frac{\frac{y}{2} + a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi}{\frac{x}{2} - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi} \right) \quad (3.58)$$

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} - R_{Cx} + F_V \cdot \cos \beta = 0 \quad (3.59)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Ey} - R_{Cy} - R_{Ay} + F_V \cdot \sin \beta = 0 \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{iC} = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot \frac{x}{2} - R_{Ax} \cdot \frac{y}{2} + R_{Ey} \cdot \frac{x}{2} - F_V \cdot \cos \beta \cdot (a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi) \\ - F_V \cdot \sin \beta \cdot (a \cdot \cos \varphi - b \cdot \sin \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (3.61)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník BCD



Obrázek 28 Reakce na rameni BCD

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Dx} + R_{Cx} - F_V \cdot \cos \beta = 0 \quad (3.62)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Dy} + R_{Cy} - R_{By} - F_V \cdot \sin \beta = 0 \quad (3.63)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow R_{Dx} \cdot \frac{y}{2} - R_{Dy} \cdot \frac{x}{2} - R_{By} \cdot \frac{x}{2} - F_V \cdot \cos \beta \cdot \frac{y}{2} + F_V \cdot \sin \beta \cdot \frac{x}{2} = 0 \quad (3.64)$$

Předchozích 9 rovnic (3.55) až (3.57) a (3.59) až (3.64) tvoří soustavu devíti rovnic rovnováhy o devíti neznámých. Soustava je následně sepsána a řešena v maticovém tvaru.

### Řešení v maticovém tvaru

Rovnice jsou zapsány ve tvaru

$$A \cdot v = u \quad (3.65)$$

kde **A** je čtvercová matice koeficientů, **v** je sloupcový vektor neznámých a **u** je sloupcový vektor pravých stran.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \beta & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ C & -\frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x}{2} \\ -\cos \beta & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta \cdot \frac{x}{2} - \cos \beta \cdot \frac{y}{2} & 0 & 0 & -\frac{x}{2} & 0 & 0 & \frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$$v^T = \{F_V \quad R_{Ax} \quad R_{Ay} \quad R_{By} \quad R_{Cx} \quad R_{Cy} \quad R_{Dx} \quad R_{Dy} \quad R_{Ey}\} \quad (3.67)$$

$$u^T = \left\{ 0 \quad \frac{F_G \cdot (x - t)}{x} \quad \frac{F_G \cdot t}{x} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right\} \quad (3.68)$$

V matici **A** je zavedena substituce **C** z důvodu zjednodušení zápisu.

$$C = -[\cos \beta \cdot (a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi) + \sin \beta \cdot (a \cdot \cos \varphi - b \cdot \sin \varphi)] \quad (3.69)$$

Hodnoty neznámých veličin určíme vynásobením sloupcového vektoru pravých stran inverzní maticí koeficientů z levé strany.

$$v = A^{-1} \cdot u \quad (3.70)$$

### Výsledné hodnoty silových účinků

Číselné hodnoty statických silových účinků v kloubech mechanismu.

Výsledná síla ve válci:

$$F_V = 100544.93 \text{ N} \quad (3.71)$$

Reakce v kloubu A:

$$R_{Ax} = 0 \text{ N} \quad (3.72)$$

$$R_{Ay} = 14715 \text{ N} \quad (3.73)$$

Reakce v kloubu B:

$$R_{By} = 14715 \text{ N} \quad (3.74)$$

Reakce v kloubu C:

$$R_{Cx} = 93254.34 \text{ N} \quad (3.75)$$

$$R_{Cy} = 37588.7 \text{ N} \quad (3.76)$$

Reakce v kloubu D:

$$R_{Dx} = 0 \text{ N} \quad (3.77)$$

$$R_{Dy} = 14715 \text{ N} \quad (3.78)$$

Reakce v kloubu E:

$$R_{Ey} = 14715 \text{ N} \quad (3.79)$$

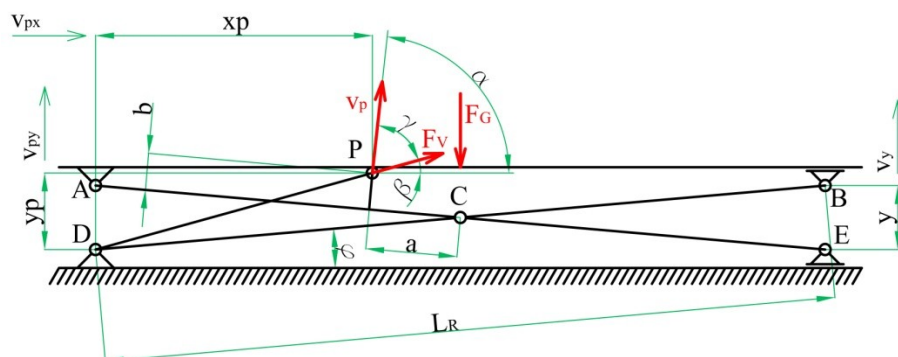
Správnost výsledných hodnot je ověřena kontrolním součtem silových účinků na spodní rám.

$$R_{Dy} + R_{Ey} - F_G = 0 \text{ N} \quad (3.80)$$

Součet reakcí působících na spodní desku je roven zatěžující síle, tudíž je výsledek správný. Reakce  $\mathbf{R}_{Dx}$  je rovna nule, jelikož je mechanismus zatížen pouze ve směru svislém.

### 3.2.2 Princip virtuálních prací

Výsledná síla ve zvedacím válci  $F_v$ , vyřešená v předchozí kapitole, bude níže ověřena principem virtuálních prací.



**Obrázek 29 Schéma konstrukce nůžkové plošiny**

Součet prací vykonaných zatěžující silou a silou ve válci musí být roven nule.

$$\overline{F_v} \cdot \overline{v_p} + \overline{F_G} \cdot \overline{v_\gamma} = 0 \quad (3.81)$$

$$F_v \cdot v_p \cdot \cos \gamma + F_G \cdot v_v \cdot \cos 180^\circ = 0 \quad (3.82)$$

$$F_v \cdot v_n \cdot \cos \gamma = F_G \cdot v_v \quad (3.83)$$

Práce vykonaná silou  $\mathbf{F_v}$  je dána jejím součinem s rychlostí vysouvání zvedacího válce  $\mathbf{v_p}$ . Vektor rychlosti vysouvání válce svírá s vektorem síly ve válci  $\mathbf{F_v}$  úhel  $\gamma$ . Tento úhel vypočítáme jako rozdíl úhlu  $\alpha$ , jež svírá vektor rychlosti  $\mathbf{v_p}$  s horizontální rovinou a úhlu sklonu vektoru hydraulického válce  $\beta$ . Grafické znázornění je vyobrazeno na obrázku 29.

$$\gamma = \alpha - \beta \tag{3.84}$$

Úhel  $\beta$  je dán vztahem (3.58). Úhel  $\alpha$  vyjádříme pomocí složek rychlosti vysunutí válce následovně.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{py}}{v_{px}} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_{py}}{v_{px}} \right) \quad (3.85)$$

Kde složky  $\mathbf{v}_{\text{px}}$  a  $\mathbf{v}_{\text{py}}$  určíme derivací příslušných drah  $\mathbf{x}_p$  a  $\mathbf{y}_p$  podle času. Jednotlivé souřadnice vyjádříme v závislosti na úhlu sklonu ramen  $\varphi$ .

$$x_p = \frac{L_R}{\gamma} \cdot \cos \varphi - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi \quad (3.86)$$

$$y_p = \frac{L_R}{\gamma} \cdot \sin \varphi + a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi \quad (3.87)$$



$$v_{px} = \frac{dx_p}{dt} = \frac{dx_p}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx_p}{d\varphi} \cdot \omega \quad (3.88)$$

$$v_{px} = \left( a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi - \frac{L_R}{2} \cdot \sin \varphi \right) \cdot \omega \quad (3.89)$$

$$v_{py} = \frac{dy_p}{dt} = \frac{dy_p}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dy_p}{d\varphi} \cdot \omega \quad (3.90)$$

$$v_{py} = \left( a \cdot \cos \varphi - b \cdot \sin \varphi + \frac{L_R}{2} \cdot \cos \varphi \right) \cdot \omega \quad (3.91)$$

Rovnice (3.89) a (3.91) dosadíme do vzorce (3.85). Jelikož je úhlová rychlost  $\omega$  v čitateli i jmenovateli, ve vzniklém vztahu se vykrátí.

$$\alpha = \arctg \left( \frac{a \cdot \cos \varphi - b \cdot \sin \varphi + \frac{L_R}{2} \cdot \cos \varphi}{a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi - \frac{L_R}{2} \cdot \sin \varphi} \right) \quad (3.92)$$

Celkovou rychlost  $v_p$  určíme Pythagorovou větou.

$$v_p^2 = v_{px}^2 + v_{py}^2 \quad (3.93)$$

$$v_p = \sqrt{v_{px}^2 + v_{py}^2} \quad (3.94)$$

Následně můžeme získané hodnoty dosadit do vztahu (3.83) a vyjádřit sílu ve válci. Vztah (2.5) pro rychlost zvedání plošiny  $v_y$  je uveden v kapitole 2.

$$F_v \cdot \sqrt{v_{px}^2 + v_{py}^2} \cdot \cos \gamma = F_G \cdot L_R \cdot \cos \varphi \cdot \omega \quad (3.95)$$

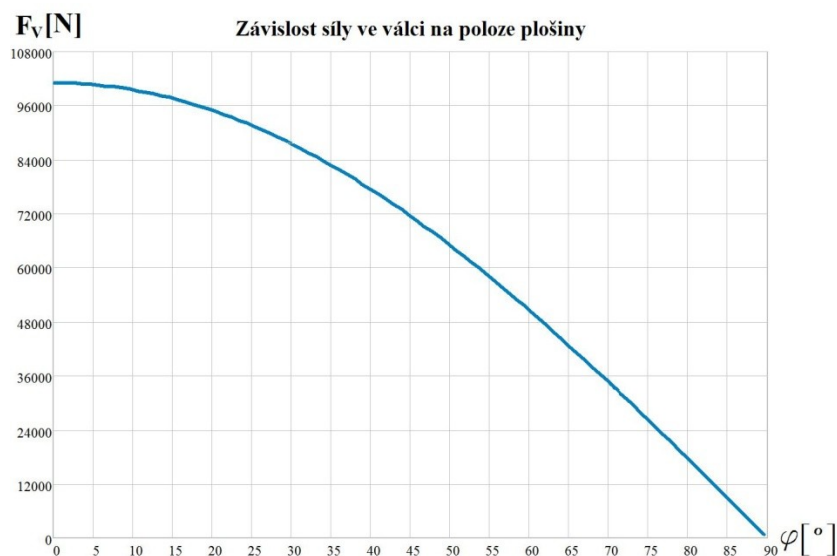
$$F_v = \frac{F_G \cdot L_R \cdot \cos \varphi \cdot \omega}{\sqrt{v_{px}^2 + v_{py}^2} \cdot \cos \gamma} \quad (3.96)$$

$$F_v = 100544.93 \text{ N} \quad (3.97)$$

Úhlová rychlost  $\omega$  v rovnici (3.96) se vykrátí, jelikož složky rychlosti  $v_p$  rovněž obsahují úhlovou rychlost, viz vztah (3.89) a (3.91).

Hodnota síly  $F_v$ , vyřešená metodou uvolnění, se naprosto shoduje s hodnotou určenou principem virtuálních prací. Můžeme tedy konstatovat, že je řešení správné a nedošlo k žádné početní chybě.

Závislost síly ve zvedacím válci na poloze nůžkové plošiny s nakloněným hydraulickým válcem je zobrazena na následujícím obrázku. Průběh zvedací síly ve spodních polohách již není tak nepříznivý jako u zvedací plošiny s válcem vodorovně umístěným.

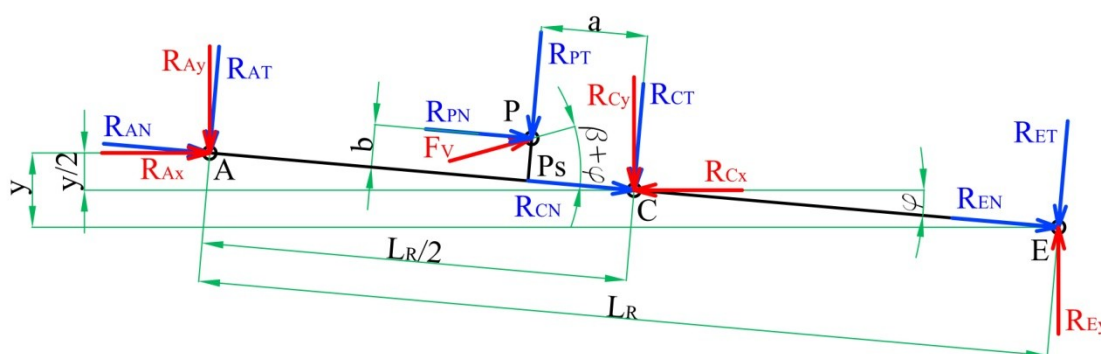


Obrázek 30 Závislost zvedací síly na poloze plošiny

### 3.2.3 Určení vnitřních statických účinků

Pro posouzení vnitřních statických účinků je nutno vyřešit ohybové momenty, posouvající a normálové síly v ramenech ACE a BCD. Výpočty budou prováděny zleva.

Nosník ACE:



Obrázek 31 Schéma sil působících na rameno ACE

Výpočet normálových sil na rameni ACE:

$$R_{AN} = R_{Ax} \cdot \cos \varphi + R_{Ay} \cdot \sin \varphi = 1282.5 \text{ N} \quad (3.98)$$

$$R_{PN} = F_V \cdot \cos(\beta + \varphi) = 89623.41 \text{ N} \quad (3.99)$$

$$R_{CN} = R_{Cy} \cdot \sin \varphi - R_{Cx} \cdot \cos \varphi = -89623.41 \text{ N} \quad (3.100)$$

$$R_{EN} = -R_{Ey} \cdot \sin \varphi = -1282.5 \text{ N} \quad (3.101)$$

Výpočet posouvajících sil na rameni ACE:

$$R_{AT} = R_{Ay} \cdot \cos \varphi - R_{Ax} \cdot \sin \varphi = 14659.01 \text{ N} \quad (3.102)$$

$$R_{PT} = -F_V \cdot \sin(\beta + \varphi) = -45573.31 \text{ N} \quad (3.103)$$

$$R_{CT} = R_{Cx} \cdot \sin \varphi + R_{Cy} \cdot \cos \varphi = 45573.31 \text{ N} \quad (3.104)$$

$$R_{ET} = -R_{Ey} \cdot \cos \varphi = -14659.01 \text{ N} \quad (3.105)$$

Výpočet ohybových momentů na rameni ACE:

$$M_{oA} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.106)$$

$$M_{oP} = R_{AT} \cdot \left( \frac{L_R}{2} - a \right) = 10994.25 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.107)$$

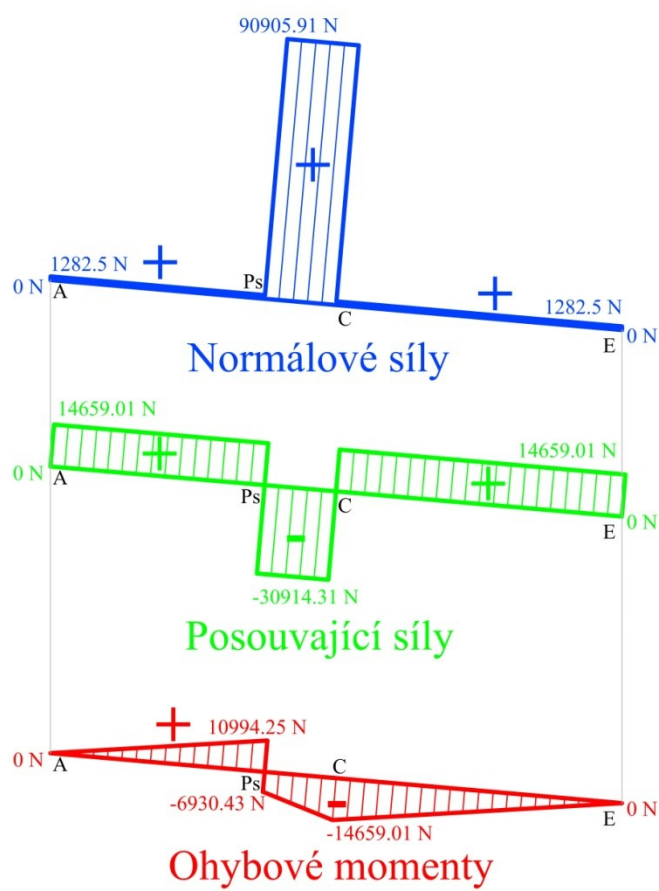
$$M_{oPs} = R_{AT} \cdot \left( \frac{L_R}{2} - a \right) - R_{PN} \cdot b = -6930.43 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.108)$$

$$M_{oC} = R_{AT} \cdot \frac{L_R}{2} + R_{PT} \cdot a - R_{PN} \cdot b = -14659.01 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.109)$$

$$M_{oE} = R_{AT} \cdot L_R + R_{PT} \cdot \left( \frac{L_R}{2} + a \right) - R_{PN} \cdot b + R_{CT} \cdot \frac{L_R}{2} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.110)$$

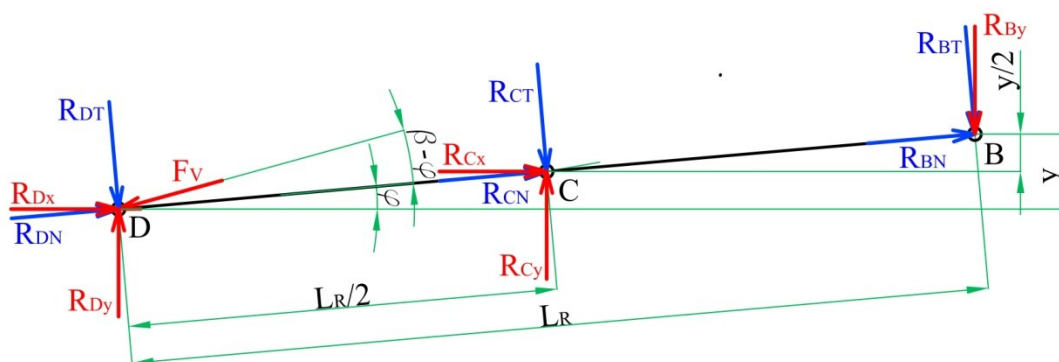
Jelikož nositelka normálové složky od síly ve válci neleží přímo v ose ramene, vzniká přídatný ohybový moment, který způsobuje skokovou změnu průběhu ohybových momentů. Z tohoto důvodu je nutno rozlišovat dva ohybové momenty  $\mathbf{M}_{oP}$  a  $\mathbf{M}_{oPs}$ . Veškeré výše vyjádřené vnitřní statické účinky budou následně graficky zobrazeny ve vhodném měřítku.

**Grafické znázornění vnitřních statických účinků na rameni ACE:**



**Obrázek 32** Průběhy vnitřních statických účinků na rameni ACE

Nosník BCD:



**Obrázek 33** Schéma sil působících na rameno BCD

Výpočet normálových sil na rameni BCD:

$$R_{DN} = R_{Dx} \cdot \cos \varphi + R_{Dy} \cdot \sin \varphi - F_v \cdot \cos(\beta - \varphi) = -94893.05 \text{ N} \quad (3.111)$$

$$R_{CN} = R_{Cx} \cdot \cos \varphi + R_{Cy} \cdot \sin \varphi = 96175.55 \text{ N} \quad (3.112)$$

$$R_{BN} = -R_{By} \cdot \sin \varphi = -1282.5 \text{ N} \quad (3.113)$$

Výpočet posouvajících sil na rameni BCD:

$$R_{DT} = R_{Dx} \cdot \sin \varphi - R_{Dy} \cdot \cos \varphi + F_v \cdot \sin(\beta - \varphi) = 14659.01 \text{ N} \quad (3.114)$$

$$R_{CT} = R_{Cx} \cdot \sin \varphi - R_{Cy} \cdot \cos \varphi = -29318.01 \text{ N} \quad (3.115)$$

$$R_{BT} = R_{By} \cdot \cos \varphi = 14659.01 \text{ N} \quad (3.116)$$

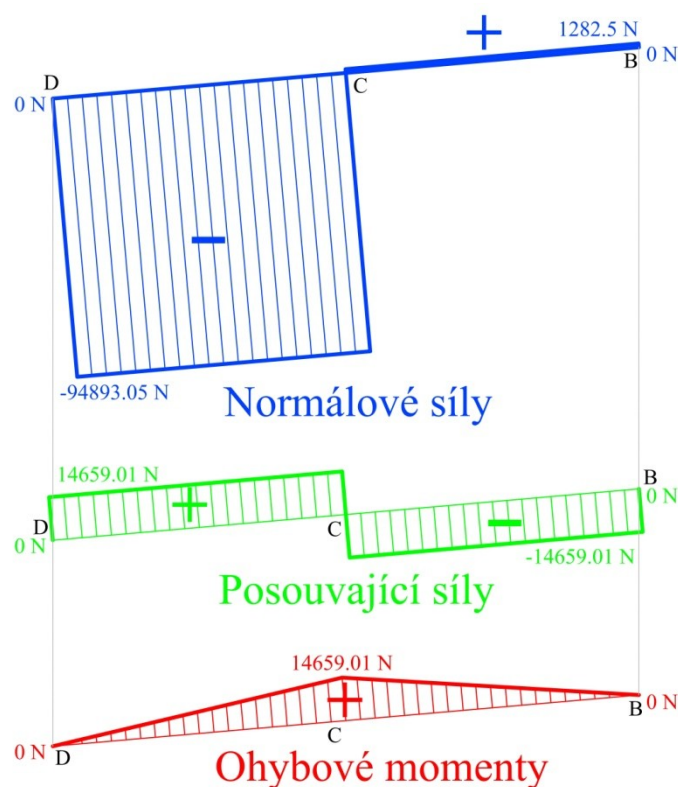
Výpočet ohybových momentů na rameni BCD:

$$M_{oD} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.117)$$

$$M_{oC} = R_{DT} \cdot \frac{L_R}{2} = 14659.01 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.118)$$

$$M_{oB} = R_{DT} \cdot L_R + R_{CT} \cdot \frac{L_R}{2} = 0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3.119)$$

**Grafické znázornění vnitřních statických účinků na rameni BCD:**



Obrázek 34 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni BCD

### 3.2.4 Výpočet napětí

Pro výpočet tahového či tlakového napětí v prutech nůžkového mechanismu je nutno znát průběhy normálových sil na jednotlivých úsecích prutů. Tyto průběhy jsou graficky znázorněny na obrázcích 32 a 34. Pro výpočet ohybových napětí použijeme ohybové momenty vyřešené v předchozích kapitolách. Dále musíme určit charakteristiky průřezu, ze kterého jsou nosníky vyrobeny. Rozměry průřezu jsou uvedeny v úvodu kapitoly 3.2.

Výpočet plochy průřezu nosníků ACE a BCD.

$$S = B \cdot H - (B - 2 \cdot T) \cdot (H - 2 \cdot T) = 2496 \text{ mm}^2 \quad (3.120)$$

Výpočet momentu setrvačnosti v ohybu průřezu nosníků ACE a BCD.

$$W_o = \frac{B \cdot H^3 - (B - 2 \cdot T) \cdot (H - 2 \cdot T)^3}{6 \cdot H} = 91563.87 \text{ mm}^3 \quad (3.121)$$

Výpočet normálových sil na jednotlivých úsecích ramena ACE.

Úsek A – Ps

$$F_{NAPs} = R_{AN} = 1282.5 \text{ N} \quad (3.122)$$

Úsek Ps – C

$$F_{NPSC} = R_{AN} + R_{PN} = 90905.91 \text{ N} \quad (3.123)$$

Úsek C – E

$$F_{NCE} = R_{AN} + R_{PN} + R_{CN} = 1282.5 \text{ N} \quad (3.124)$$

Výpočet normálových sil na jednotlivých úsecích ramena BCD.

Úsek D – C

$$F_{NDC} = R_{DN} = -94893.05 \text{ N} \quad (3.125)$$

Úsek C – B

$$F_{NCB} = R_{DN} + R_{CN} = 1282.5 \text{ N} \quad (3.126)$$

Výpočet tahových napětí na jednotlivých úsecích ramena ACE.

Úsek A – Ps

$$\sigma_{tAPs} = \frac{F_{NAPs}}{S} = 0.51 \text{ MPa} \quad (3.127)$$

Úsek Ps – C

$$\sigma_{tPsC} = \frac{F_{NPsC}}{S} = 36.42 \text{ MPa} \quad (3.128)$$

Úsek C – E

$$\sigma_{tCE} = \frac{F_{NCE}}{S} = 0.51 \text{ MPa} \quad (3.129)$$

Výpočet ohybových napětí na rameni ACE.

Kloub P

$$\sigma_{oP} = \frac{M_{oP}}{W_o} = 120.07 \text{ MPa} \quad (3.130)$$

Kloub Ps

$$\sigma_{oPs} = \frac{M_{oPs}}{W_o} = -75.69 \text{ MPa} \quad (3.131)$$

Kloub C

$$\sigma_{oC} = \frac{M_{oC}}{W_o} = -160.1 \text{ MPa} \quad (3.132)$$

Výpočet tahových napětí na jednotlivých úsecích ramena BCD.

Úsek D – C

$$\sigma_{tDC} = \frac{F_{NDC}}{S} = -38.02 \text{ MPa} \quad (3.133)$$

Úsek C – B

$$\sigma_{tCB} = \frac{F_{NCB}}{S} = 0.51 \text{ MPa} \quad (3.134)$$

Výpočet ohybového napětí na rameni BCD.

Kloub C

$$\sigma_{oC} = \frac{M_{oC}}{W_o} = 160.1 \text{ MPa} \quad (3.135)$$

Výsledná napětí jsou vyřešena pro nejnižší možnou polohu zvedací nůžkové plošiny. Nejnižší poloha odpovídá nejmenšímu úhlu sklonu ramen od vodorovné roviny, z důvodu geometrie a konstrukce nůžkového mechanismu je tento úhel zvolen pět stupňů. V této poloze nabývají silové účinky maxima. Pokud je plošina zvedána do vyšší polohy, čepové síly i síla ve válci klesá. Silové účinky i hodnoty napětí budou teoreticky nulové, pokud slon ramen nabude pravého úhlu. Tento okamžik však nemůže nastat, jelikož je maximální sklon omezen konstrukcí zvedací plošiny.

Z výsledných napětí pro dolní polohu plyne, že je konstrukce namáhána převážně ohybem. Tahová či tlaková napětí jsou poměrně nízká.

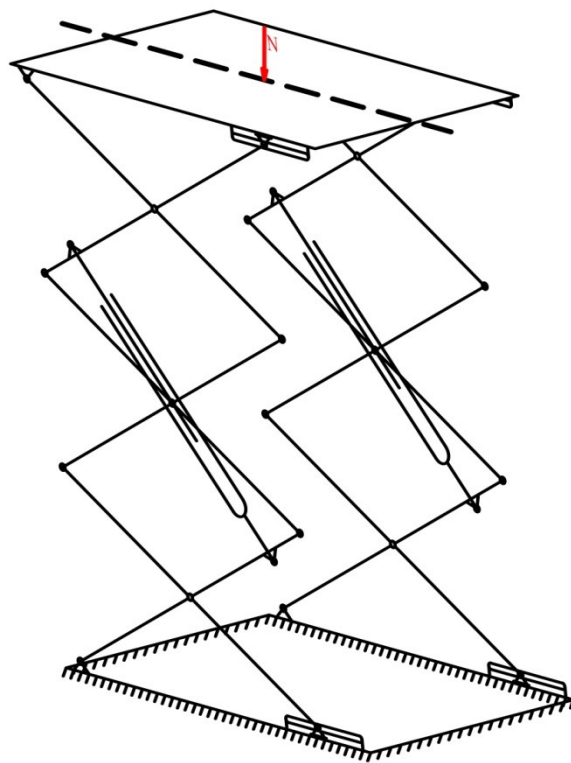


#### 4 Výpočet třísekční nůžkové plošiny

Výpočet třísekční plošiny je z části obdobný jako tomu bylo u plošiny jednosekční. Přibudou však navíc dvě sekce, spojené navzájem klouby, což vede k většímu počtu neznámých v soustavě rovnic rovnováhy u metody uvolnění. Řešená třísekční plošina se rovněž bude lišit umístěním zvedacího hydraulického válce, který již nebude uchycen v kloubu spodního rámu, ale oba jeho konce budou zavazbeny v kloubech pomocných ramen.

Jelikož je možno i v případě třísekční nůžkové plošiny uvažovat zjednodušení na rovinný mechanismus, bude zatížení horního rámu realizováno stejným způsobem jako u jednosekční nůžkové zvedací plošiny. Zatěžující síla tedy bude ve výpočtech poloviční oproti zatěžující síle na reálný trojrozměrný mechanismus.

Výsledné hodnoty vazbových sil musíme uvažovat pouze pro polovinu mechanismu. Hodnotu zatěžující síly pro rovinný mechanismus určíme stejným způsobem jako u jednosekční plošiny, čili vztahem (3.1).



Obrázek 35 Schéma zatížení třísekční nůžkové plošiny

Pro přehlednost výpočtů a zobecnění v případě výpočtu vícesekční nůžkové plošiny je počet sekcí zadán písmenem **m**.

$$m = 3 \quad (4.1)$$

Jelikož je mnoho postupů při výpočtu obdobných jako v předchozích kapitolách, budou dále uváděny pouze podstatné, či odlišné části řešení.

V následujících kapitolách budou provedeny výpočty čepových sil a síly ve zvedacím válci pomocí metody uvolnění. Síla ve válci bude ověřena principem virtuálních prací. Veškeré výpočty se vztahují ke zvedací plošině zobrazené na obrázku 36 o parametrech uvedených níže.

$$N = 3000 \text{ kg} \quad (4.2)$$

$$L_R = 1500 \text{ mm} \quad (4.3)$$

$$a = 250 \text{ mm} \quad (4.4)$$

$$b = 100 \text{ mm} \quad (4.5)$$

$$\varphi_{\min} = 5^\circ \text{ mm} \quad (4.6)$$

$$B = 60 \text{ mm} \quad (4.7)$$

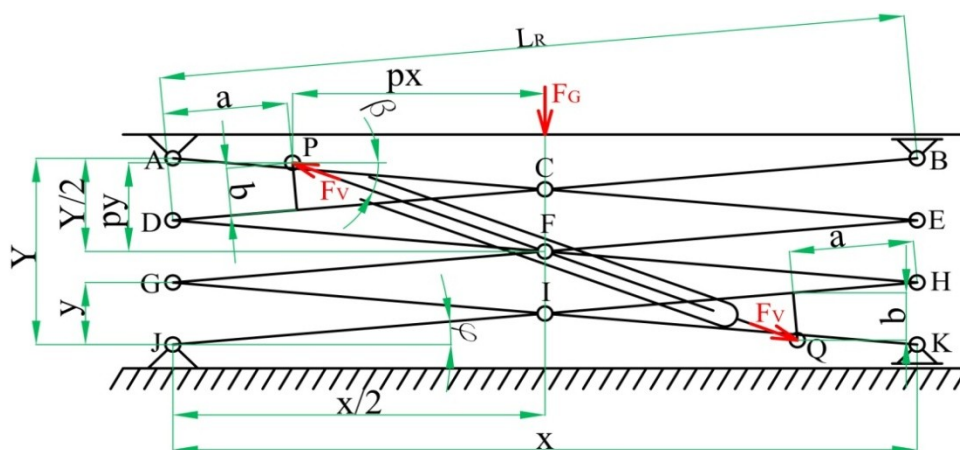
$$H = 100 \text{ mm} \quad (4.8)$$

$$T = 5 \text{ mm} \quad (4.9)$$



Obrázek 36 Reálná třisekční nůžková plošina

## 4.1 Metoda uvolnění



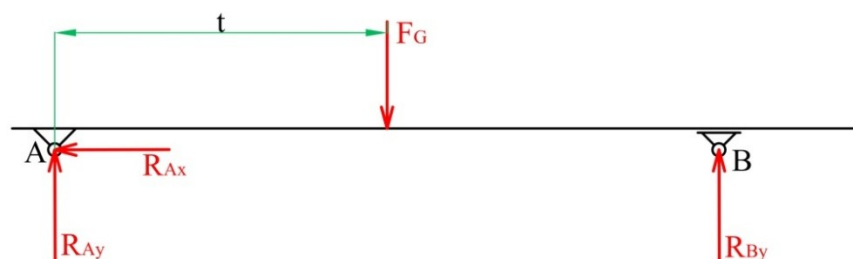
Obrázek 37 Schéma rovinného mechanismu třísekční plošiny

Výšku třísekčního mechanismu  $Y$  určíme jako trojnásobek výšky jedné sekce  $y$ .

**Určení úhlu  $\beta$**

$$\beta = \arctg\left(\frac{py}{px}\right) = \arctg\left(\frac{\frac{L_R}{2} \cdot \sin \varphi + a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi}{\frac{L_R}{2} \cdot \cos \varphi - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi}\right) = 20.23^\circ \quad (4.10)$$

**Uvolnění horního rámu**



Obrázek 38 Schéma zatížení horního rámu

Zatěžující síla působí ve svislém směru ve vzdálenosti  $t$  od pevného kloubu horního rámu. Velikost reakcí na rameni AB určíme pomocí rovnic rovnováhy následujícími vztahy.

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 0 \quad (4.11)$$

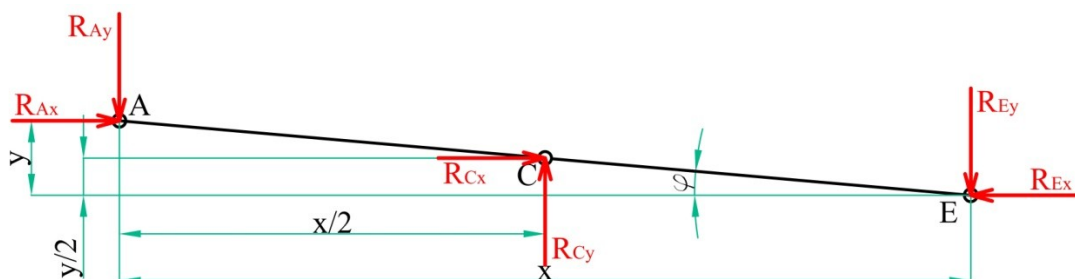
$$\sum M_{iA} = 0 \Rightarrow R_{By} \cdot x - F_G \cdot t = 0 \Rightarrow R_{By} = \frac{F_G \cdot t}{x} \quad (4.12)$$

$$\sum M_{iB} = 0 \Rightarrow F_G \cdot (x - t) - R_{Ay} \cdot x = 0 \Rightarrow R_{Ay} = \frac{F_G \cdot (x - t)}{x} \quad (4.13)$$

## Uvolnění ramen ACE, BCD, DFH, EFG, GIK a HIJ

Všechny pruty třísekčního mechanismu je nutno uvolnit a sestavit pro každý z nich tři rovnice rovnováhy. Tento postup je obdobný jako v předchozích kapitolách.

### Rovnice rovnováhy pro nosník ACE



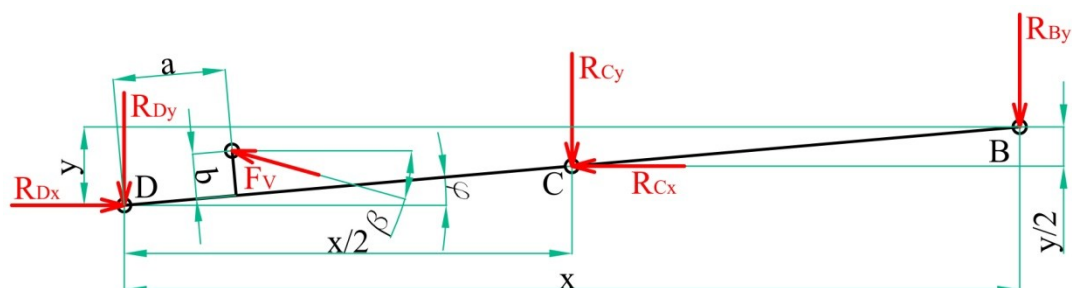
Obrázek 39 Reakce na rameni ACE

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Ax} + R_{Cx} - R_{Ex} = 0 \quad (4.14)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow -R_{Ay} + R_{Cy} - R_{Ey} = 0 \quad (4.15)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow R_{Ay} \cdot \frac{x}{2} - R_{Ax} \cdot \frac{y}{2} - R_{Ey} \cdot \frac{x}{2} - R_{Ex} \cdot \frac{y}{2} = 0 \quad (4.16)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník BCD



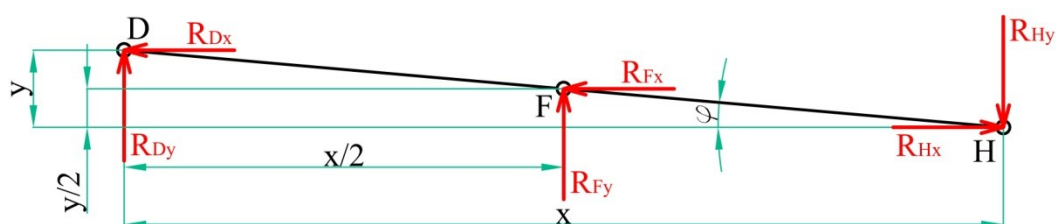
Obrázek 40 Reakce na rameni BCD

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Dx} - R_{Cx} - F_V \cdot \cos \beta = 0 \quad (4.17)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow -R_{Dy} - R_{Cy} - R_{By} + F_V \cdot \sin \beta = 0 \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{iC} = 0 \Rightarrow & R_{Dy} \cdot \frac{x}{2} + R_{Dx} \cdot \frac{y}{2} - R_{By} \cdot \frac{x}{2} - F_V \cdot \sin \beta \cdot \left( \frac{x}{2} - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi \right) \\ & + F_V \cdot \cos \beta \cdot \left( a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi - \frac{y}{2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník DFH



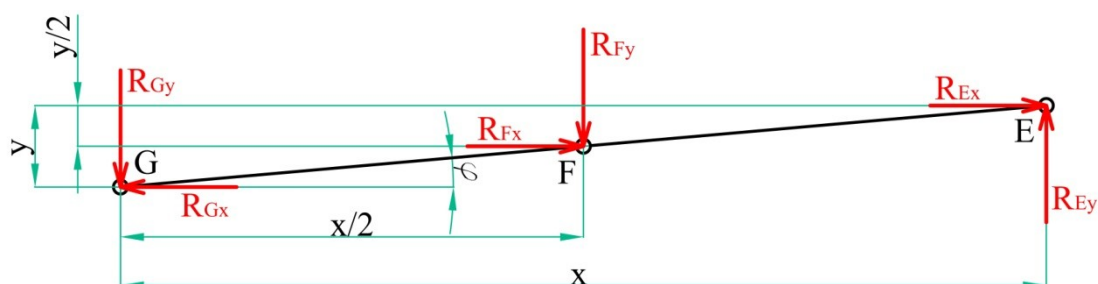
Obrázek 41 Reakce na rameni DFH

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow -R_{Dx} - R_{Fx} + R_{Hx} = 0 \quad (4.20)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Dy} + R_{Fy} - R_{Hy} = 0 \quad (4.21)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow R_{Dx} \cdot \frac{y}{2} - R_{Dy} \cdot \frac{x}{2} - R_{Hy} \cdot \frac{x}{2} + R_{Hx} \cdot \frac{y}{2} = 0 \quad (4.22)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník EFG



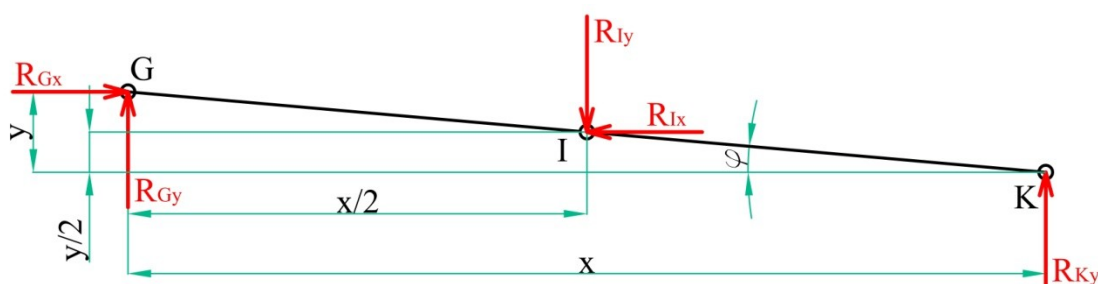
Obrázek 42 Reakce na rameni EFG

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow -R_{Gx} + R_{Fx} + R_{Ex} = 0 \quad (4.23)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow -R_{Gy} - R_{Fy} + R_{Ey} = 0 \quad (4.24)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow R_{Gy} \cdot \frac{x}{2} - R_{Gx} \cdot \frac{y}{2} + R_{Ey} \cdot \frac{x}{2} - R_{Ex} \cdot \frac{y}{2} = 0 \quad (4.25)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník GIK



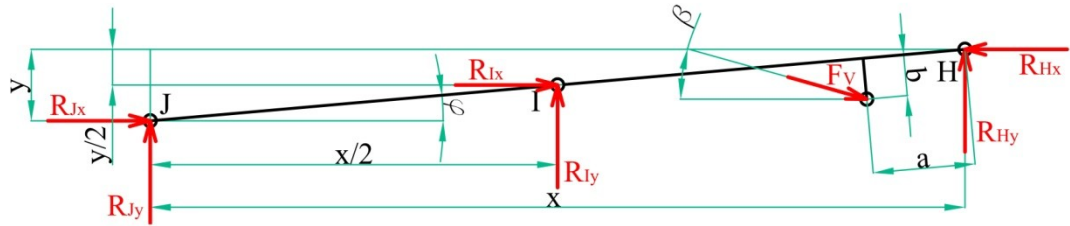
Obrázek 43 Reakce na rameni GIK

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Gx} - R_{Ix} = 0 \quad (4.26)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Gy} - R_{Iy} + R_{Ky} = 0 \quad (4.27)$$

$$\sum M_{iC} = 0 \Rightarrow -R_{Gy} \cdot \frac{x}{2} - R_{Gx} \cdot \frac{y}{2} + R_{Ky} \cdot \frac{x}{2} = 0 \quad (4.28)$$

### Rovnice rovnováhy pro nosník HIJ



Obrázek 44 Reakce na rameni HIJ

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Jx} + R_{Ix} - R_{Hx} + F_V \cdot \cos \beta = 0 \quad (4.29)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow R_{Jy} + R_{Iy} + R_{Hy} - F_V \cdot \sin \beta = 0 \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{iC} = 0 \Rightarrow & R_{Jx} \cdot \frac{y}{2} - R_{Jy} \cdot \frac{x}{2} + R_{Hy} \cdot \frac{x}{2} - F_V \cdot \sin \beta \cdot \left( \frac{x}{2} - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi \right) \\ & + F_V \cdot \cos \beta \cdot \left( a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi - \frac{y}{2} \right) + R_{Hx} \cdot \frac{y}{2} = 0 \end{aligned} \quad (4.31)$$

Jelikož z rovnic (4.11) až (4.13) přímo plyne výsledek reakcí působících na horní rám, vzniká z rovnic (4.14) až (4.31) soustava osmnácti rovnic o osmnácti neznámých. Neznámými jsou silové účinky působící na ramena nůžkového mechanismu. Soustava rovnic bude v další kapitole převedena do tvaru matice a vyřešena. Jelikož vzniklá matice bude čtvercová o rozměrech 18x18, bude k jejímu řešení použita výpočetní technika v podobě vhodného softwaru.

## Řešení v maticovém tvaru

Rovnice jsou zapsány ve tvaru

$$A \cdot v = u \quad (4.32)$$

kde  $A$  je čtvercová matice koeficientů,  $v$  je sloupcový vektor neznámých a  $u$  je sloupcový vektor pravých stran.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos \beta & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & \frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 & 0 & -\frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x}{2} \\ \cos \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{y}{2} & \frac{x}{2} & 0 & 0 & \frac{y}{2} & -\frac{x}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

V matici  $A$  je z důvodu zjednodušení zápisu použita substituce  $C$ .

$$C = \left[ \cos \beta \cdot \left( a \cdot \sin \varphi + b \cdot \cos \varphi - \frac{y}{2} \right) - \sin \beta \cdot \left( \frac{x}{2} - a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi \right) \right] \quad (4.34)$$

$$v = \begin{pmatrix} F_v \\ R_{Cx} \\ R_{Cy} \\ R_{Dx} \\ R_{Dy} \\ R_{Ex} \\ R_{Ey} \\ R_{Fx} \\ R_{Fy} \\ R_{Gx} \\ R_{Gy} \\ R_{Hx} \\ R_{Hy} \\ R_{Ix} \\ R_{Iy} \\ R_{Jx} \\ R_{Jy} \\ R_{Ky} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

$$u = \begin{pmatrix} -R_{Ax} \\ R_{Ay} \\ -R_{Ay} \cdot \frac{x}{2} \\ 0 \\ R_{By} \\ R_{By} \cdot \frac{x}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Výpočet soustavy rovnic je proveden pomocí inverzní matice koeficientů následujícím vztahem.

$$v = A^{-1} \cdot u \quad (4.37)$$



### Výsledné hodnoty silových účinků

Výsledná síla ve válci:

$$F_V = 83702 \text{ N} \quad (4.38)$$

Výsledné reakce v kloubech mechanismu:

$$R_{Ax} = 0 \text{ N} \quad (4.39)$$

$$R_{Ay} = 7358 \text{ N} \quad (4.40)$$

$$R_{By} = 7358 \text{ N} \quad (4.41)$$

$$R_{Cx} = 42048 \text{ N} \quad (4.42)$$

$$R_{Cy} = 11036 \text{ N} \quad (4.43)$$

$$R_{Dx} = 120587 \text{ N} \quad (4.44)$$

$$R_{Dy} = 10550 \text{ N} \quad (4.45)$$

$$R_{Ex} = 42048 \text{ N} \quad (4.46)$$

$$R_{Ey} = 3679 \text{ N} \quad (4.47)$$

$$R_{Fx} = 0 \text{ N} \quad (4.48)$$

$$R_{Fy} = 0 \text{ N} \quad (4.49)$$

$$R_{Gx} = 42048 \text{ N} \quad (4.50)$$

$$R_{Gy} = 3679 \text{ N} \quad (4.51)$$

$$R_{Hx} = 120587 \text{ N} \quad (4.52)$$

$$R_{Hy} = 10550 \text{ N} \quad (4.53)$$

$$R_{Ix} = 42048 \text{ N} \quad (4.54)$$

$$R_{Iy} = 11036 \text{ N} \quad (4.55)$$

$$R_{Jx} = 0 \text{ N} \quad (4.56)$$

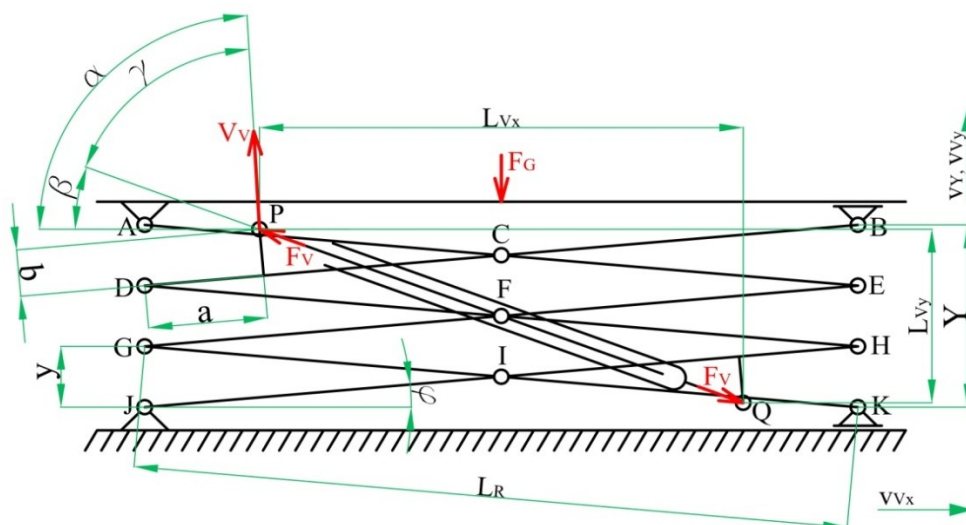
$$R_{Jy} = 7358 \text{ N} \quad (4.57)$$

$$R_{Ky} = 7358 \text{ N} \quad (4.58)$$

Z výsledných reakcí v kloubech mechanismu je možno určit silové účinky a jejich průběh v jednotlivých prutech. Ze silových účinků lze vyřešit ohybová a tahová napětí na jednotlivých úsecích nůžkového mechanismu. Těmito výpočty se však již dále nebudeme zabývat, jelikož obdobné řešení je uvedeno v předchozích kapitolách pro jednosekční plošinu.

## 4.2 Princip virtuálních prací

Nyní bude ověřena správnost výpočtu síly v hydraulickém válci z předchozí kapitoly.



**Obrázek 45 Schéma konstrukce nůžkové plošiny**

Součet prací vykonaných zatěžující silou a silou ve válci musí být roven nule.

$$\overline{F}_v \cdot \overline{v}_v + \overline{F}_G \cdot \overline{v}_v = 0 \quad (4.59)$$

$$F_p \cdot v_p \cdot \cos \gamma + F_G \cdot v_p \cdot \cos 180^\circ = 0 \quad (4.60)$$

$$F_v \cdot v_Y \cdot \cos \gamma = F_G \cdot v_Y \quad (4.61)$$

Rychlost  $v_y$  určíme jako trojnásobek rychlosti zvedání jednosekční plošiny  $v_y$ .

$$v_Y = m \cdot v_y = 3 \cdot L_R \cdot \cos \varphi \cdot \omega \quad (4.62)$$

$$\gamma = \alpha - \beta \quad (4.63)$$

Úhel  $\beta$  je dán vztahem (4.10). Úhel  $\alpha$  vyjádříme pomocí složek rychlosti vysunutí válce následovně.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{Vy}}{v_{Vx}} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{v_{Vy}}{v_{Vx}} \right) \quad (4.64)$$

Kde složky  $\mathbf{v}_{\mathbf{v}_x}$  a  $\mathbf{v}_{\mathbf{v}_y}$  určíme derivací polohy koncových bodů hydraulického válce  $\mathbf{L}_{\mathbf{v}_x}$  a  $\mathbf{L}_{\mathbf{v}_y}$  podle času. Jednotlivé souřadnice vyjádříme v závislosti na úhlu sklonu ramen  $\varphi$ .

$$L_{V\chi} = L_R \cdot \cos \varphi - 2 \cdot a \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \sin \varphi \quad (4.65)$$

$$L_{V\gamma} = L_R \cdot \sin \varphi + 2 \cdot a \cdot \sin \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos \varphi \quad (4.66)$$

$$v_{Vx} = (-L_R \cdot \sin \varphi + 2 \cdot a \cdot \sin \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos \varphi) \cdot \omega \quad (4.67)$$

$$v_{Vy} = (L_R \cdot \cos \varphi + 2 \cdot a \cdot \cos \varphi - 2 \cdot b \cdot \sin \varphi) \cdot \omega \quad (4.68)$$

Pro získání úhlu  $\alpha$  dosadíme předchozí vztahy pro složky rychlosti do rovnice (4.64), kde se vykrátí úhlová rychlost  $\omega$ .

Celková rychlost  $v_v$  představuje rychlost vzdalování kloubu P od kloubu Q a její hodnotu určíme Pythagorovou větou.

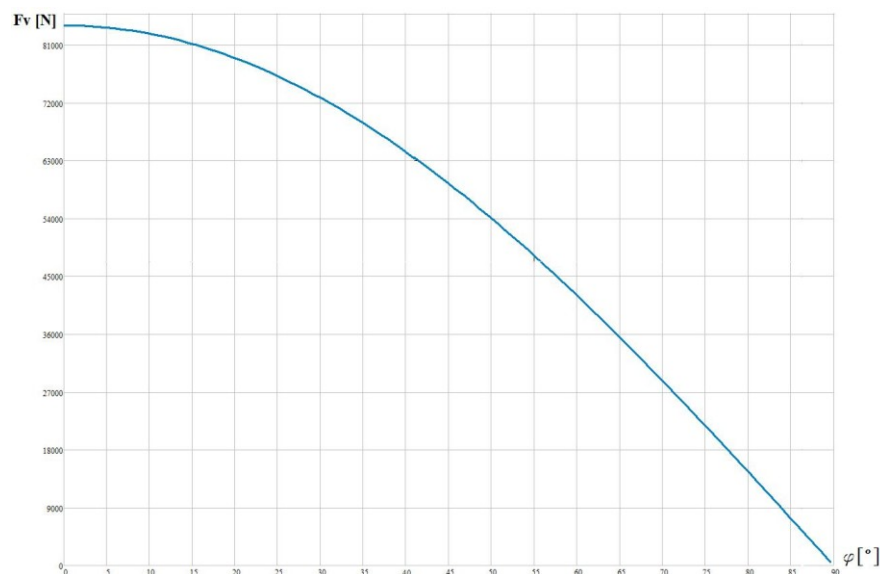
$$v_v = \sqrt{v_{Vx}^2 + v_{Vy}^2} \quad (4.69)$$

Nyní můžeme získané hodnoty dosadit do rovnice (4.61) a vyjádřit sílu ve válci.

$$F_v \cdot v_v \cdot \cos \gamma = F_G \cdot v_Y \Rightarrow F_v = \frac{F_G \cdot 3 \cdot L_R \cdot \cos \varphi \cdot \omega}{\sqrt{v_{Vx}^2 + v_{Vy}^2} \cdot \cos \gamma} = 83702 \text{ N} \quad (4.70)$$

Výsledná síla ve válci určená principem virtuálních prací se shoduje s hodnotou vypočítanou metodou uvolnění. Proto je možno usoudit, že jsou výsledky správné.

Závislost síly ve válci na sklonu ramen plošiny je znázorněna následujícím grafem.



Obrázek 46 Závislost síly ve válci na poloze plošiny

## 5 Výpočet metodou konečných prvků

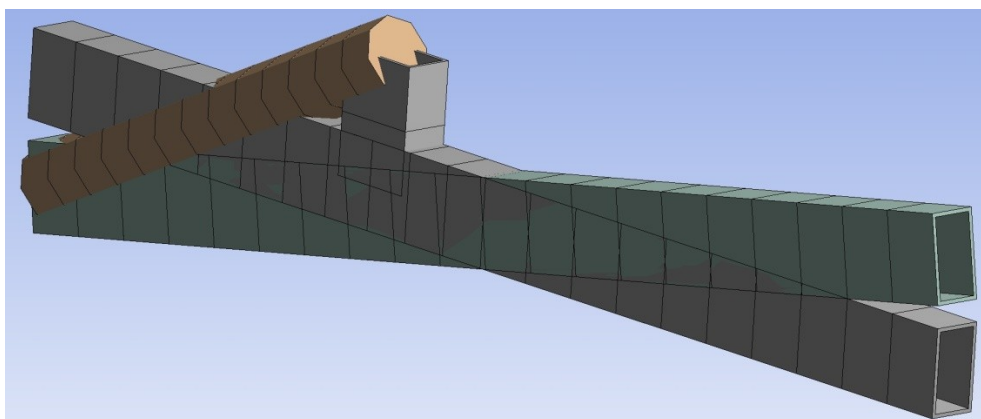
V následující kapitole budou metodou konečných prvků (MKP) řešeny reakce v kloubech, osově síly a napětí v prutech jednosekční nůžkové zvedací plošiny s nakloněným zvedacím válcem. Aby bylo možno výsledky porovnat s analytickým řešením, budou zvoleny shodné rozměry, zatížení a parametry plošiny jako v kapitole 3.2.

Pro výpočet byl zvolen výpočetní software ANSYS Workbench 14. Pro vytvoření modelu budou jednotlivé pruty mechanismu nahrazeny nosníkovým prvkem BEAM, který je definován jako jednorozměrný prvek a umožňuje přenášení ohybu. Těmto prvkům lze z knihovny softwaru přiřadit průřez, který je pro pruty v tomto případě obdélníkový s danými rozměry. Hydraulický válec bude rovněž nahrazen nosníkovým prvkem avšak s průřezem plné kruhové tyče. Jelikož předmětem výpočtu není napětí ve válci, ale pouze jeho normálová síla, je rozměr průřezu válce v modelu zvolen libovolně.

Veškeré uvedené hodnoty napětí budou uvedeny v jednotkách MPa.

### 5.1 Výpočet MKP jedné sekce v rovině

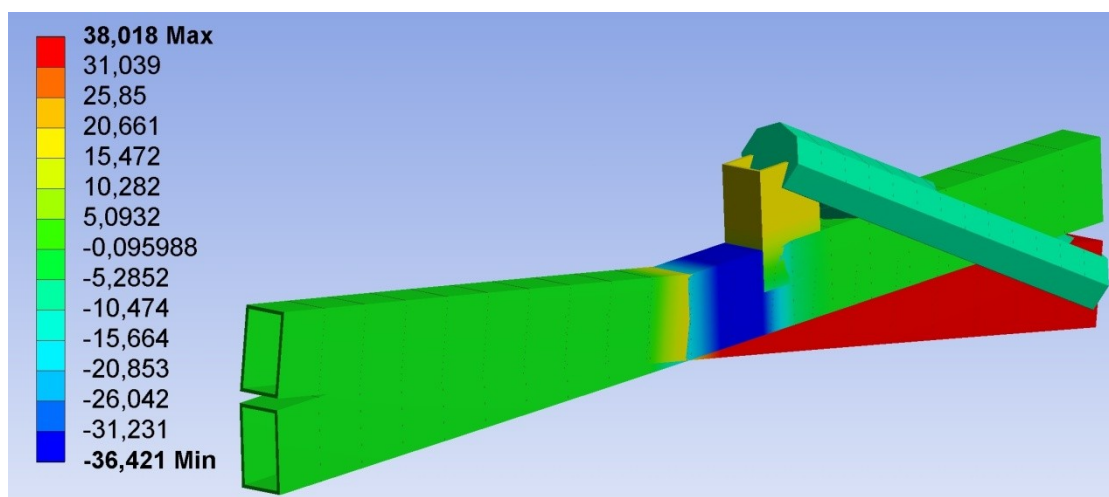
Nejprve byl vytvořen model rovinného mechanismu v nejnižší možné poloze, která odpovídá sklonu ramen pod úhlem pěti stupňů. Aby model odpovídal skutečnosti, bylo nutné vytvořit kloubové spojení mezi jednotlivými pruty a zvedacím válcem. Poté byly zadány vazby představující uchycení kloubů ve spodním rámu, čili pevná rotační na jedné a posuvná rotační na druhé straně. Následně byla zadána zátěžná síla  $F_G$  do horních kloubů mechanismu. Vztah pro výpočet zatížení je stejný jako v předchozích kapitolách a je dán vzorcem (3.1). V případě symetrického zatížení se do obou horních kloubů přenesou polovina zatěžující síly. Na vytvořeném modelu byla vygenerována síť konečných prvků.



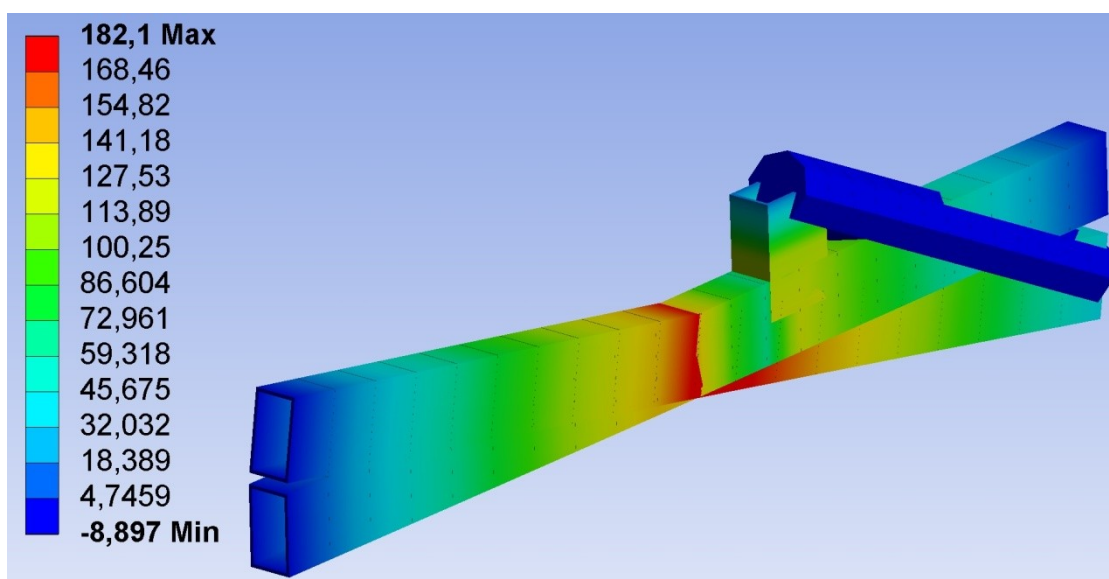
Obrázek 47 Model rovinného mechanismu s vytvořenou sítí

## Výsledné hodnoty

Výsledné silové účinky jsou pro přehlednost zapsány do tabulky spolu s hodnotami vypočtenými analyticky pro porovnání. Grafické zobrazení vyřešených napětí pomocí MKP je znázorněno následujícími obrázky.



Obrázek 48 Grafické znázornění průběhu tahových napětí



Obrázek 49 Grafické znázornění kombinovaného napětí

U kombinovaného napětí je patrné, že jeho hodnota vzrůstá od krajních bodů prutů ke středu, kde jsou pruty spojeny kloubem. Průběh se tedy velmi podobá průběhu ohybových momentů z kapitoly 3.2.3.

Silové účinky	Výpočet MKP [N]	Klasický výpočet [N]
$F_V$	100545	100544.93
$R_{Ax}$	0	0
$R_{Ay}$	14715	14715
$R_{By}$	14715	14715
$R_{Cx}$	93254	93254.34
$R_{Cy}$	37589	37588.7
$R_{Dx}$	0	0
$R_{Dy}$	14715	14715
$R_{Ey}$	14715	14715
$F_{NAPs}$	1282.5	1282.5
$F_{NPSC}$	90906	90905.91
$F_{NCE}$	1282.5	1282.5
$F_{NDC}$	-94893	-94893.05
$F_{NCB}$	1282.5	1282.5

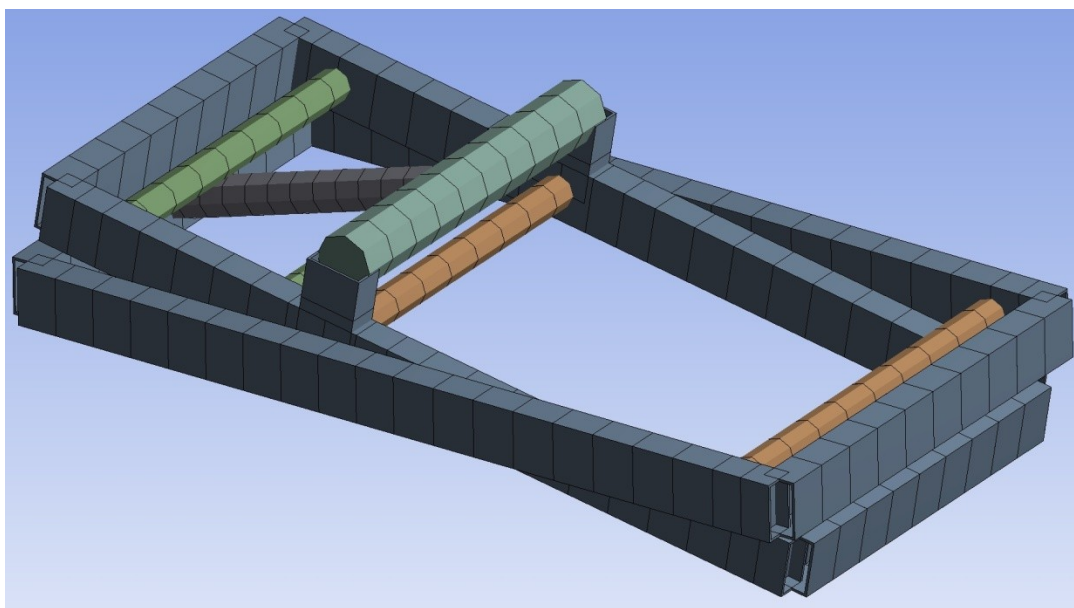
**Tabulka 1 Výsledky silových účinků jednosekčního rovinného mechanismu**

Po zaokrouhlení hodnot na celá čísla jsou výsledky obou metod výpočtu naprosto shodné. Je tedy možno konstatovat, že jsou výpočty v obou případech správné.

Předchozí příklad výpočtu MKP byl zjednodušený stejným způsobem jako při klasickém inženýrském výpočtu. Podstatnou výhodou řešení v konečnoprvkovém softwaru je však možnost výpočtu i velice složitých mechanismů, u kterých by byl klasický výpočet velmi zdlouhavý a značně složitý. Další nespornou výhodou je možnost snadných úprav výpočetního modelu, jako jsou změny geometrie, či okrajových podmínek. Z tohoto důvodu bude v další kapitole řešena úloha trojrozměrného nůžkového mechanismu.

## 5.2 Výpočet MKP jedné sekce v prostoru

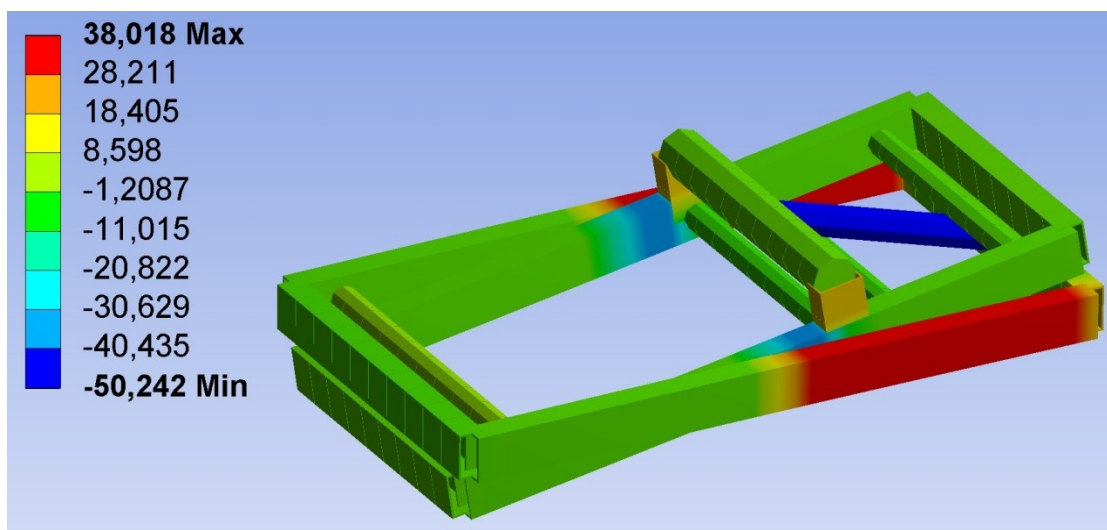
Pro výpočet v prostoru byl zkonstruován model jednosekčního nůžkového mechanismu, který odpovídá zvedací plošině řešené v kapitole 3.2. Aby bylo řešení co nejvíce podobné realitě, jsou jednotlivé strany mechanismu spojeny příčníky a ramena mechanismu jsou navzájem přesazena o šířku průřezu. Hydraulický válec je zvolen pouze jeden. Veškeré části modelu jsou opět vytvořeny z nosníkových prvků. Řešení bude nejprve provedeno se symetrickým zatížením, kdy zatěžující síla je stejná jako v předchozích kapitolách, avšak je nutno si uvědomit, že působí na obě strany mechanismu, tudíž již nebude zatížení poloviční, avšak bude rovno síle  $F_G$  a rovnoměrně rozloženo do všech čtyř horních kloubů. Poté bude proveden výpočet stejného mechanismu s nerovnoměrným zatížením. Modelování, tvorba sítě konečných prvků a zadávání okrajových podmínek a kontaktů je obdobné jako u rovinného výpočtu MKP, proto nebude podrobněji vysvětlováno. Plošina je opět řešena ve stejné nejnižší poloze.



Obrázek 50 Model prostorového mechanismu s vytvořenou sítí

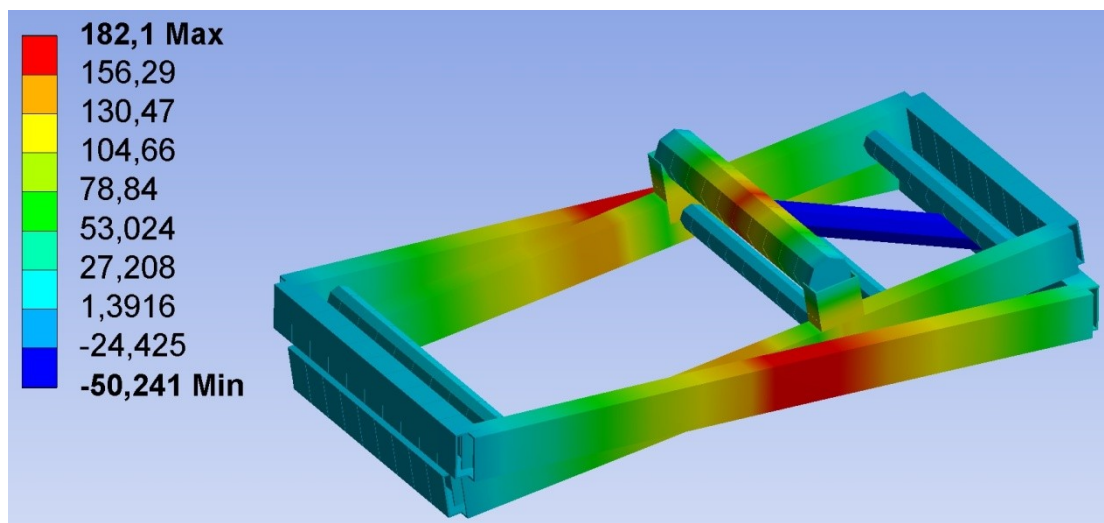
## Výsledné hodnoty

Výsledky osových napětí a kombinovaných napětí jsou znázorněny na následujících obrázcích.



Obrázek 51 Grafické znázornění průběhu tahových napětí

Z obrázku 51 je patrné, že největší osové napětí vzniká v úseku ramene mezi pevným kloubem spodního rámu a středovým kloubem spojujícím ramena vzájemně. Výsledné hodnoty normálových napětí v prutech, které lze přibližně odečíst z barevného spektra, jsou shodné s hodnotami zobrazenými v předchozí kapitole.



Obrázek 52 Grafické znázornění průběhu kombinovaného napětí

Kombinované napětí v prutech se rovněž shoduje s výsledky rovinného řešení MKP.



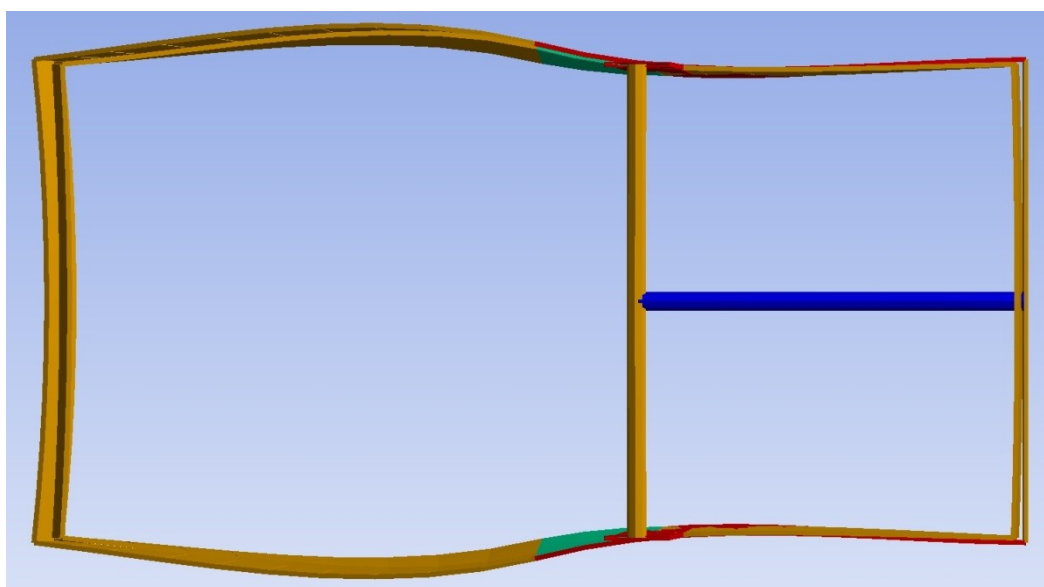
Výsledky reakcí v kloubech, normálových sil v prutech a síly ve zvedacím válci jsou porovnány s analytickým výpočtem v následující tabulce. Jelikož je hydraulický válec v trojrozměrném modelu pouze jeden, bude jeho osová síla dvojnásobná. Do tabulky bude z důvodu porovnávání zapsána pouze polovina síly ve válci vyřešená pomocí MKP.

Silové účinky	Výpočet MKP [N]	Klasický výpočet [N]
$F_V$	100545	100544.93
$R_{Ax}$	0	0
$R_{Ay}$	14715	14715
$R_{By}$	14715	14715
$R_{Cx}$	93254	93254.34
$R_{Cy}$	37589	37588.7
$R_{Dx}$	0	0
$R_{Dy}$	14715	14715
$R_{Ey}$	14715	14715
$F_{NAPs}$	1282.5	1282.5
$F_{NPSC}$	90906	90905.91
$F_{NCE}$	1282.5	1282.5
$F_{NDC}$	-94893	-94893.05
$F_{NCB}$	1282.5	1282.5

**Tabulka 2 Výsledky silových účinků jednosekčního prostorového mechanismu**

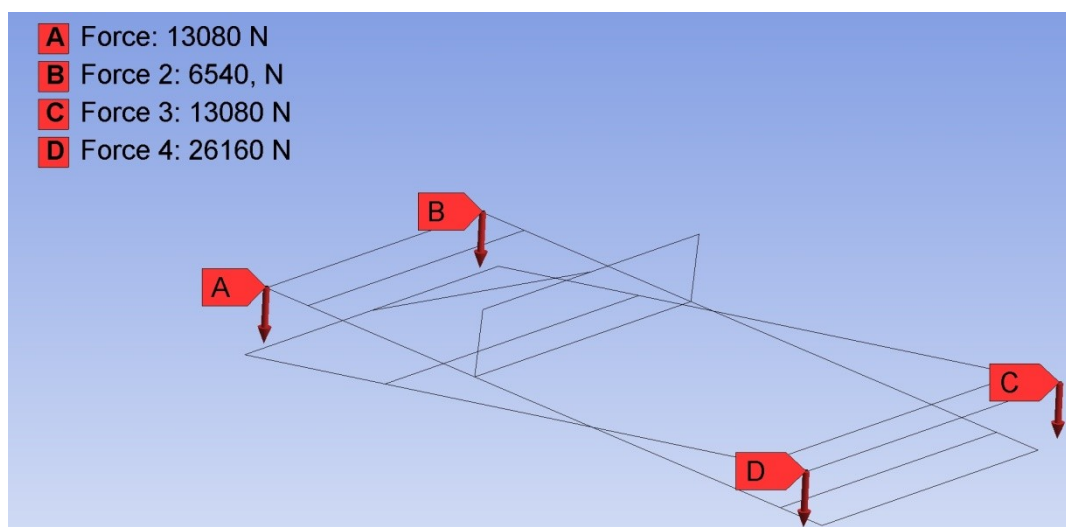
Veškeré výsledné hodnoty se opět naprosto shodují, řešení je tedy správné. Hodnoty pro výpočet MKP v tabulce působí pouze na jedné polovině prostorového mechanismu. Z důvodu symetrického zatížení jsou na druhé straně účinky stejné.

Hodnoty napětí a silových účinků v příčnicích prostorového mechanismu nejsou nulové. Tyto účinky jsou zapříčiněny příčným ohybem jednotlivých ramen, který vzniká z důvodu přesazení ramen ve středovém kloubu. U nůžkového mechanismu s uzavřeným profilem prutů se tento ohyb příliš neprojeví. Avšak u nůžkových mechanismů vyrobených z plechu je prostorový ohyb ramen v dolní poloze plošiny značný. Pro názornost je půdorys takového mechanismu znázorněn na obrázku 53, kde jsou deformace zobrazeny ve zvětšeném měřítku. Prostorovému ohybu ramen lze zamezit přidáním příčníků, avšak zde záměrně vytvořeny nebyly. Pruty mechanismu na následujícím obrázku jsou vyrobeny z plechu o průřezu 10 x 140 mm.



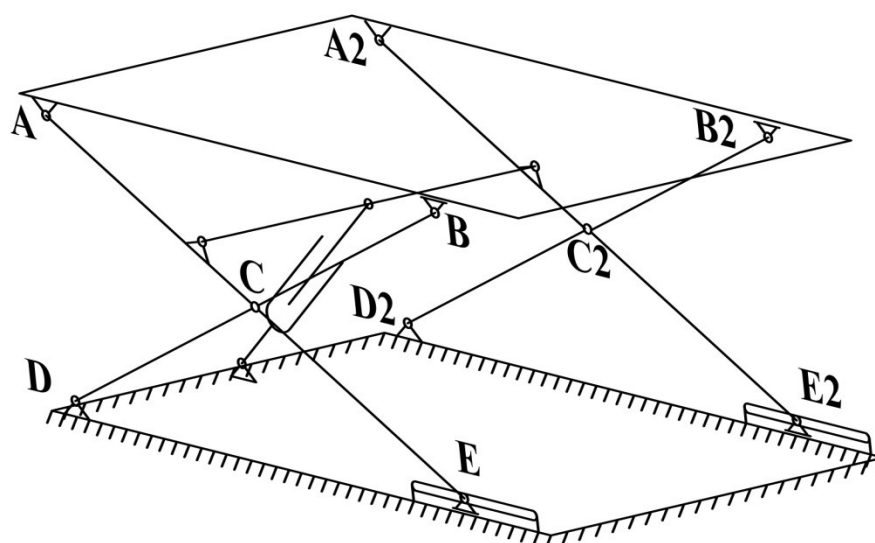
Obrázek 53 Znázornění prostorového ohybu ramen nůžkové plošiny

Jelikož jsou nůžkové plošiny v praxi často zatíženy nesymetricky, například v případě, kdy je zvedané břemeno umístěno blíže k okraji horního rámu, bude nyní proveden výpočet s nesymetrickým zatížením. Aby bylo docíleno nesymetrického zatížení v modelu, je nutno do každého ze čtyř kloubů horního rámu zadat specifickou hodnotu síly. V následujícím řešení bude působíště zatěžující síly uvažováno ve třetině podélného i příčného rozměru horního rámu. Jelikož zatěžující síla působí ve třetině délky i šířky plošiny, můžeme plochu, na kterou síla ve skutečnosti působí, rozdělit na devítiny. V kloubu, který je nejblíže působíšti, budou zadány  $4/9$  síly, v nejvzdálenějším kloubu bude  $1/9$  síly a ve zbylých kloubech budou  $2/9$  zatěžující síly.



Obrázek 54 Schéma nesymetrického zatížení

Z důvodu přehlednosti budou vyšetřované vazby označeny podle následujícího obrázku.



Obrázek 55 Označení kloubů prostorového mechanismu

## Výsledné hodnoty

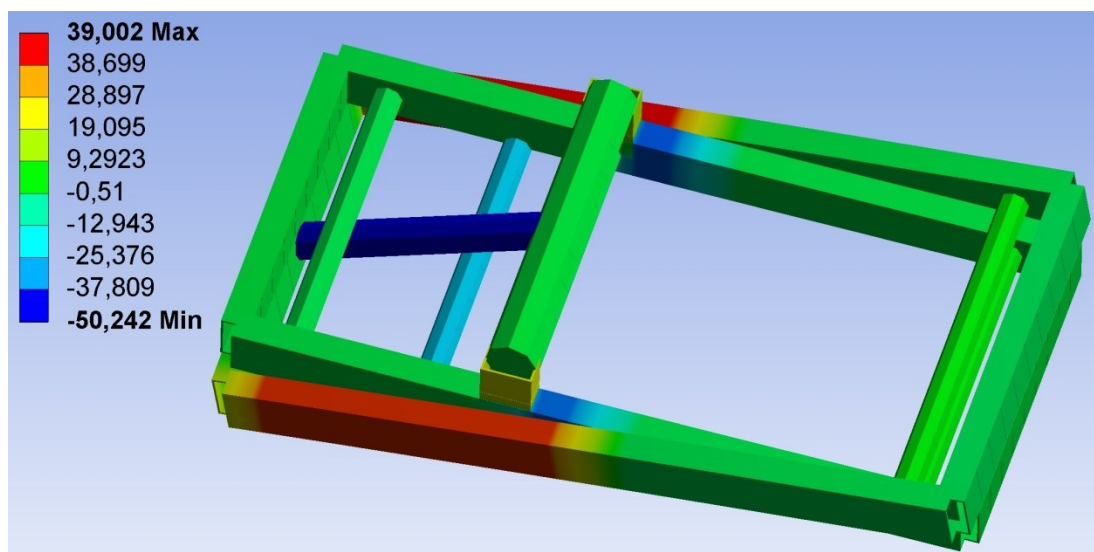
Pro přehlednost budou výsledné reakce ve vazbách zapsány do tabulky. Pro možnost porovnání jsou v tabulce zapsány také hodnoty výpočtu MKP se symetrickým zatížením. Hodnoty normálových sil v prutech, tahová napětí a kombinované napětí budou znázorněny pouze graficky.

Reakce	Nesymetrické zatížení [N]	Symetrické zatížení [N]
$R_{Cx}$	91289	93254
$R_{Cy}$	54382	37589
$R_{Cz}$	-5771	
$R_{Dx}$	-1718	0
$R_{Dy}$	-17181	14715
$R_{Dz}$	45586	
$R_{Ey}$	-21914	14715
$R_{Ez}$	-4621	
$R_{C2x}$	95219	93254
$R_{C2y}$	40415	37589
$R_{C2z}$	5846	
$R_{D2x}$	1718	0
$R_{D2y}$	-2439	14715
$R_{D2z}$	-44654	
$R_{E2y}$	-17326	14715
$R_{E2z}$	3690	

Tabulka 3 Výsledné hodnoty reakcí při nesymetrickém zatížení

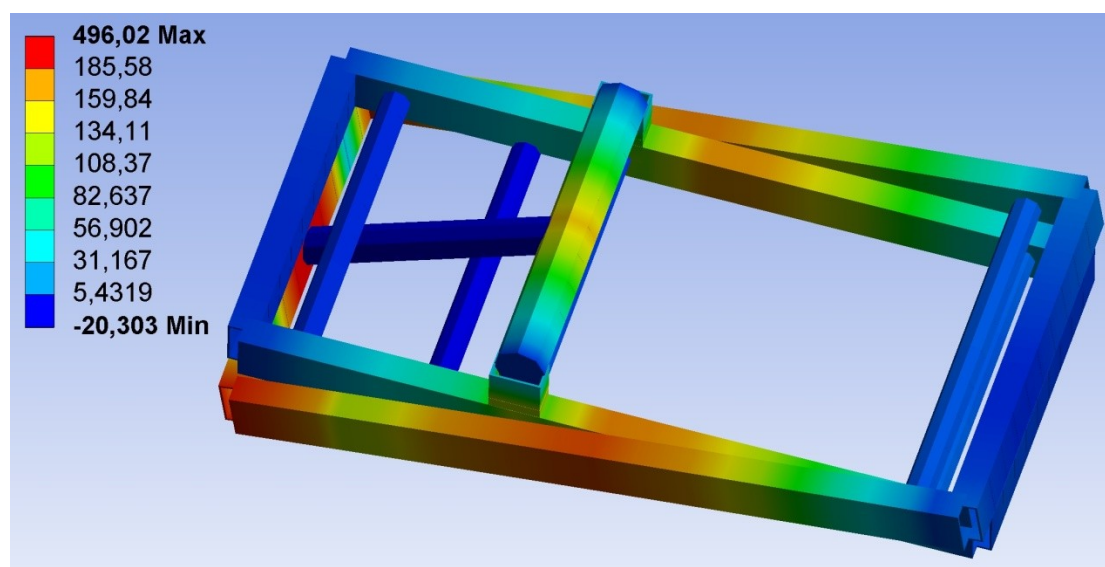
Reakce v kloubech mechanismu jsou rozloženy do dalších složek vlivem nesymetrie zatížení. Z tohoto důvodu se hodnoty reakcí značně liší od hodnot při symetrickém zatížení. Síla ve válci je obdobná jako v předchozích kapitolách, jelikož je válec umístěn v polovině šířky mechanismu.

Velikost normálových sil v prutech mechanismu je možno přibližně odečíst ze spektra následujícího obrázku.



Obrázek 56 Grafické znázornění průběhů tahových napětí

Grafické znázornění kombinovaného napětí



Obrázek 57 Grafické znázornění průběhu kombinovaného napětí

Výsledné hodnoty kombinovaného napětí se vzhledem k symetrickému řešení značně zvýšily. Maximální hodnota se nachází v místě spojení hydraulického válce s příčnickem spojujícím pevné rotační klouby spodního rámu. Kritická hodnota v tomto místě vzniká, jelikož dojde k výraznému průhybu prutu, na který působí největší část zatěžující síly.

Jednotlivým prvkům v předchozích úlohách byl přiřazen materiál odpovídající konstrukční oceli.

## 6 Závěr

V několika prvních kapitolách práce byly uvedeny možnosti výpočtu, způsob použití a popis nůžkové zvedací plošiny jako takové. Spolu s kinematickým rozbohem, ve kterém byly vysvětleny základní pohybové závislosti a vlastnosti mechanismu, tvoří tyto kapitoly část teoretickou.

Praktickou část představuje souhrn výpočtů, které jsou zaměřeny převážně na statické silové účinky v čepech a prutech různých variant nůžkových mechanismů. Jako první byl řešen rovinný nůžkový mechanismus s jednou sekcí ve dvou variantách umístění hydraulického válce. U obou těchto variant byly řešeny reakce ve vazbách metodou uvolnění. Výsledná síla ve zvedacím válci byla následovně ověřena principem virtuálních prací. Výsledky obou metod se naprosto shodovaly. Součástí výpočtu bylo rovněž řešení vnitřních statických účinků a u varianty s nakloněným válcem i výpočet ohybových a tahových napětí v prutech. Jelikož jsou uvedená řešení obtížná a časově náročná, bylo k výpočtu použito výpočetního softwaru MathCAD 14. Jelikož je v tomto programu možno snadno editovat vstupní hodnoty výpočtu, lze jej použít k optimalizaci například rozměrů profilů prutů.

Téhož výpočetního programu bylo využito v další kapitole, která se zabývala výpočtem reakcí v kloubech a síly ve válci třísekčního nůžkového mechanismu. Výsledná zvedací síla byla opět vyřešena i principem virtuálních prací a porovnána s téměř nulovou odchylkou.

Poslední kapitola byla věnována výpočtu jednosekční plošiny s nakloněným válcem metodou konečných prvků. Pro vytvoření modelu a pro samotný výpočet byl zvolen program ANSYS Workbench 14. Jednotlivé prvky modelů byly vytvořeny z jednorozměrných nosníkových prvků BEAM. Nejprve byl pomocí MKP vyřešen rovinný mechanismus. Reakce ve vazbách a osová síla byly porovnány v tabulce s klasickým inženýrským řešením. Dalším výstupem řešení byla schémata rozložení tahových a kombinovaných napětí. Jelikož se veškeré výsledky shodovaly s minimální chybou, bylo možno usoudit, že jsou správné. Poslední výpočet MKP byl věnován prostorovému mechanismu, který je podstatně reálnější. Při symetrickém zatížení se výsledné hodnoty opět shodovaly s předchozím řešením, metoda se tedy naprosto osvědčila. V závěru řešení MKP byly navíc uvedeny výpočty pro nesymetrické zatížení a jeho vliv.

## 7 Seznam obrázků

Obrázek 1 Schéma konstrukce tří sekční plošiny.....	12
Obrázek 2 Schéma konstrukce jednosekční nůžkové plošiny.....	13
Obrázek 3 Ruční nůžkový zvedák.....	14
Obrázek 4 Mobilní zvedací stoly s pohonem nožním pedálem .....	15
Obrázek 5 Nůžková plošina ve funkci vyrovnávací rampy .....	16
Obrázek 6 Nůžkový zvedák automobilů s přídatnou plošinou.....	17
Obrázek 7 Nůžková plošina ve funkci nákladního výtahu.....	18
Obrázek 8 Samohybná diesellová nůžková plošina .....	19
Obrázek 9 Velkoplošný tandemový zvedací stůl .....	20
Obrázek 10 Schéma tuhé soustavy nůžkového mechanismu .....	21
Obrázek 11 Schéma pohyblivé soustavy nůžkového mechanismu.....	22
Obrázek 12 Schéma základních kinematických souřadnic mechanismu .....	23
Obrázek 13 Schéma zatížení jednosekční nůžkové plošiny.....	24
Obrázek 14 Schéma působících sil a reakcí u jednosekční plošiny s vodorovným válcem.....	25
Obrázek 15 Schéma zatížení horního rámu.....	26
Obrázek 16 Reakce na rameni ACE.....	27
Obrázek 17 Reakce na rameni BCD .....	27
Obrázek 18 Schéma konstrukce nůžkové plošiny.....	30
Obrázek 19 Závislost síly ve válci na poloze mechanismu.....	31
Obrázek 20 Schéma normálových a posouvajících sil na rameni ACE.....	31
Obrázek 21 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni ACE.....	32
Obrázek 22 Schéma normálových a posouvajících sil na rameni BCD.....	33
Obrázek 23 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni BCD .....	34
Obrázek 24 Reálná jednosekční plošina se skloněným válcem .....	35
Obrázek 25 Schéma působících sil a reakcí u jednosekční plošiny s nakloněným válcem.....	36
Obrázek 26 Schéma zatížení plošiny .....	36
Obrázek 27 Reakce na rameni ACE.....	37
Obrázek 28 Reakce na rameni BCD .....	37
Obrázek 29 Schéma konstrukce nůžkové plošiny.....	40
Obrázek 30 Závislost zvedací síly na poloze plošiny .....	42
Obrázek 31 Schéma sil působících na rameno ACE.....	42

Obrázek 32 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni ACE.....	44
Obrázek 33 Schéma sil působících na rameno BCD.....	44
Obrázek 34 Průběhy vnitřních statických účinků na rameni BCD .....	45
Obrázek 35 Schéma zatížení třísekční nůžkové plošiny .....	49
Obrázek 36 Reálná třísekční nůžková plošina .....	50
Obrázek 37 Schéma rovinného mechanismu třísekční plošiny.....	51
Obrázek 38 Schéma zatížení horního rámu.....	51
Obrázek 39 Reakce na rameni ACE.....	52
Obrázek 40 Reakce na rameni BCD .....	52
Obrázek 41 Reakce na rameni DFH.....	53
Obrázek 42 Reakce na rameni EFG .....	53
Obrázek 43 Reakce na rameni GIK.....	53
Obrázek 44 Reakce na rameni HIJ .....	54
Obrázek 45 Schéma konstrukce nůžkové plošiny .....	58
Obrázek 46 Závislost síly ve válci na poloze plošiny .....	59
Obrázek 47 Model rovinného mechanismu s vytvořenou sítí.....	60
Obrázek 48 Grafické znázornění průběhu tahových napětí .....	61
Obrázek 49 Grafické znázornění kombinovaného napětí .....	61
Obrázek 50 Model prostorového mechanismu s vytvořenou sítí .....	63
Obrázek 51 Grafické znázornění průběhu tahových napětí .....	64
Obrázek 52 Grafické znázornění průběhu kombinovaného napětí .....	64
Obrázek 53 Znázornění prostorového ohybu ramen nůžkové plošiny.....	66
Obrázek 54 Schéma nesymetrického zatížení.....	67
Obrázek 55 Označení kloubů prostorového mechanismu.....	67
Obrázek 56 Grafické znázornění průběhů tahových napětí .....	69
Obrázek 57 Grafické znázornění průběhu kombinovaného napětí .....	69

## 8 **Seznam tabulek**

Tabulka 1 Výsledky silových účinků jednosekčního rovinného mechanismu .....	62
Tabulka 2 Výsledky silových účinků jednosekčního prostorového mechanismu.....	65
Tabulka 3 Výsledné hodnoty reakcí při nesymetrickém zatížení .....	68



## **9 Seznam použité literatury a zdrojů**

JULIŠ K., TEPRÍK O., SLAVÍK A. *Statika*. Praha, SNTL 1987

HOSCHL C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. Praha, SNTL/ALFA 1971

CHOBOT K., BENDA J., HÁJEK V., NOVOTNÁ H. *Statika stavebních konstrukcí*. Praha, SNTL/ALFA 1983

*Zvedací plošiny s nůžkovým pohonem. Typy a použití*. [online], [cit. 28. 3. 2013]. URL: <http://www.eurolift.cz/zvedaci-plosiny/zvedaci-plosiny-nuzkove-typy-pouziti/index.html>

*Nůžkové plošiny*. [online], [cit. 2. 4. 2013]. URL: <http://www.plosina.com/nuzkove-plosiny>

*Produkty – nůžkové plošiny*. [online], [cit. 4. 4. 2013].

URL: <http://www.liftcomp.cz/cz/prodkty/plosiny/nuzkove/>

*Zvedací stoly a vozíky*. [online], [cit. 5. 4. 2013]. URL: <http://www.ajprodukty.cz/zdvihaci-zarizeni/zvedaci-stoly-a-voziky/3832769.wf>

*Nůžkové plošiny - charakteristika*. [online], [cit. 7. 4. 2013].

URL: <http://www.spedos.cz/mustky/plosiny-charakteristika.php>

*Produkty firmy Ing. Jan Šibra - RTN*. [online], [cit. 7. 4. 2013].

URL: <http://www.aaapoptavka.cz/dodavatele/13-strojirenstvi-stroje-a-kovovyroba/791-kovove-konstrukce-vyroba/36347-ing-jan-sibra-rtn/2212-nuzkove-plosiny.html?PHPSESSID=08128bf2a1aa20b4f55c50525c4784cd>

*Zvedáky na auta*. [online], [cit. 8. 4. 2013]. URL: <http://vybaveni-pneuservis.cz/vybaveni-pneuservisu/zvedaky-na-auta.html?p=2>

*Scissor Lifts – Ergonomic and Vertical Conveyance*. [online], [cit. 12. 4. 2013]. URL: <http://www.omni.com/mypage.asp?home=/products/scissorlifts&template=product.htm&subset=MEDIA>

## **10 Seznam příloh**

Příloha A – datový nosič se soubory programu MathCAD, Autodesk Inventor a ANSYS